ଏକକ ୯- ବୀଜଗଣିତ ହେଉଛି ସାମାନ୍ୱିତ ପାଟୀଗଣିତ

ସଂରଚନା

ଉପକ୍ରମ

ଗଣିତ ପାଠର ଏକ ଅଂଶ ସ୍ୱରୂପ ପାଟୀଗଣିତ ସୁପରିଚିତ । ତୁମେ ଏହା ସହ ଆଗରୁ ପରିଚିତ । ଏହାର 2, 25, 37, 456 ଆଦି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ତଥା ଏଥି ସହ ଜଡିତ ବିଭିନ୍ନ ସଂକ୍ରିୟା ଯଥା: ଯୋଗ, ବିୟୋଗ,ଗୁଣନ ଏବଂ ଭାଗ ସହ ସମ୍ବନ୍ଧିତ । କିନ୍ତୁ ଯଦି ଆମେ ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ କିଛି ସଂକେତ ପରିମାଣ ଜାଣିବା ନିମନ୍ତେ କିଛି ଅକ୍ଷର ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ତଥା ଏଥି ସହ ପାଟୀଗଣିତରେ ବ୍ୟବହୃତ ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡିକ ପାଳନ କରିବା ଯେପରି ସଂଖ୍ୟା ସହ ଆମେ ଏ ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡିକ ଆଗରୁ ପ୍ରୟୋଗ କରୁଥିଲେ : ଯାହାଦ୍ୱାରା ପାଟୀଗଣିତର ସାମାନ୍ୱିତକରଣ ସମ୍ଭବ ହୋଇପାରିବ । ଏହି ସାମାନ୍ୱିକୃତ ପାଟୀଗଣିତକୁ ବୀଜ ଗଣିତ (Algebra) କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ 'ବୀଜଗଣିତ' ଗଣିତର ଏକ ଶାଖା ଯେଉଁଥିରେ ପାଟୀଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସମସ୍ତ ସୂତ୍ର / ତଥ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ

ଟିପ୍ପଣୀ

ହୋଇ ଏହାକୁ ସାମାନ୍ୱିକୃତ କରାଯାଇପାରିବ । ଏଥିରେ ଅକ୍ଷର ସମୂହ, ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନ ନିଅନ୍ତି । ସଂଖ୍ୟାତ୍ମକ ମାନ ନନେଇ ଯଦି ଆମେ କୌଣସି ପରିମାଣ ବା ମାତ୍ରାକୁ ପ୍ରକାଶ କରିବା ଏବଂ ପାଟୀଗଣିତ ଅନୁସାରେ ସମସ୍ତ ସଂକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗରେ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନ କରିପାରିବା, ତେବେ ବୀଜଗଣିତ ନିଶ୍ଚିତ ଭାବରେ ଆମ ପାଇଁ ଆଗ୍ରହ ଉଦ୍ଦୀପକ ଓ ଉପଯୋଗୀ ହେବ ।

ବୀଜଗଣିତର ଉତ୍ପତି

(The Origin of Algebra)

'Algebra' ଶବ୍ଦଟି ଆରବୀୟ ଶବ୍ଦ 'al-jabar' ରୁ ଆନୀତ । 'al-jabar' ର ଅର୍ଥ ପୁନଃସଂଯୋଗୀ କରଣ (re-union) । ଏହା ଗଣିତରେ ଏକ ଗ୍ରନ୍ଥ/ ଶୋଧ ପୁସ୍ତକ ଯାହାର ନାମ "Al-kitab al-Mukhta ar fi hisab al-gabar wa'l mu qabala". (ସମାପନ ତଥା ସନ୍ତୁଳନ ଦ୍ୱାରା ପରିକଳ୍ପିତ ଉପରେ ଲିଖିତ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପୁସ୍ତକ) ଯାହା ବାଗ୍‌ଦାଦ୍‌ର ପରିସିଅନ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ Muhammed ibn Musa al Khwarizmi ଙ୍କ ଦ୍ୱାରା 820 A.D. ରେ ଲେଖା ଯାଇଥିଲା ।

ତୃତୀୟ ଶତାବ୍ଦୀରେ ଆଲେକ୍‌ଜାଣ୍ଡ୍ରିୟାର ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରାକ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ ଡାଇଓଫାଣ୍ଟସ୍ (Diophantus) ଙ୍କୁ ତାଙ୍କର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ କାର୍ଯ୍ୟ "Arithmetica" ପାଇଁ ତାଙ୍କୁ ବୀଜଗଣିତର ଜନକ (Father of Algebra) ହିସାବରେ ଗଣାଯାଏ ।

ଏହି ଏକକର ସମାପନ ପାଇଁ 7 ଘଣ୍ଟା ପାଠର ଆବଶ୍ୟକତା ଅଛି ।

୯.୧ ଶିକ୍ଷଣ ଅଧିଗମ ଉଦ୍ଦେଶ୍ୟ

ଏହି ଏକକର ପରିସମାପ୍ତି ପରେ ତୁମେ ସମର୍ଥ ହେବ :

- ବୀଜଗାଣିତିକ ପଦ, ପରିପ୍ରକାଶ ଏବଂ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ବିଭାଗୀକରଣ ଏବଂ ବର୍ଣ୍ଣନା କରିବାରେ ।
- ଚଳରାଶି ଓ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଏବଂ ସଦୃଶ ଓ ଅସଦୃଶ ପଦ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ପାର୍ଥକ୍ୟକ ଜାଣି ପାରିବାରେ ।
- ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକରେ ବିଭିନ୍ନ ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ପ୍ରୟୋଗ କରିବାରେ ।
- ଏକ ଅଜ୍ଞାନ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରିବାରେ ।
- ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନରେ ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପଦ୍ଧତିର ପ୍ରୟୋଗ କରିବାରେ ।

୯.୨ ସଂଖ୍ୟା ପାଇଁ ସଂକେତର ବ୍ୟବହାର କରିବା

ବୀଜଗଣିତର ମୁଖ୍ୟ ବୈଶିଷ୍ଟ୍ୟ ହେଉଛି ପାଟୀଗଣିତର ବିଶେଷ ସ୍ଥିତି ବ୍ୟତୀତ କୌଣସି ପରିସ୍ଥିତିରେ ସଂଖ୍ୟା, ମାତ୍ରା ଅଥବା ଗାଣିତିକ ସମ୍ବନ୍ଧ ନିରୁପଣ ପାଇଁ ସଂକେତ ପ୍ରୟୋଗ ଅର୍ଥାତ୍ ସଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସଂକେତର ପ୍ରୟୋଗ ଆବଶ୍ୟକ ହୋଇଥାଏ । ସାଧାରଣ ଭାବରେ ଅକ୍ଷରର ପ୍ରୟୋଗ ସୂତ୍ର ଏବଂ ନିୟମକୁ ଲେଖିବା ପାଇଁ ଆମକୁ ସରଳ ହୋଇଥାଏ । ନିମ୍ନ ଲିଖିତ ଉଦାହରଣ ଗୁଡିକ ଉପରେ ବର୍ତ୍ତମାନ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଉଦାହରଣ-୧ ମନେକର ଆୟେସା ପାଖରେ X ସଂଖ୍ୟକ ପେନ୍ ଏବଂ ଅରଭିନ୍ ପାଖରେ Y ସଂଖ୍ୟକ ପେନ୍ ଅଛି । ଆମେ ସେମାନଙ୍କ ପାଖରେ ଥିବା ମୋଟ୍ ପେନ୍ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରିପାରିବା କି ? ଆମେ କହିପାରିବା ଯେ, ସେମାନଙ୍କ ପାଖରେ ମୋଟ $(X+Y)$ ସଂଖ୍ୟକ ପେନ୍ ଅଛି । ଏଠାରେ 5 ଓ 6 ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଦର୍ଶାଏ ।

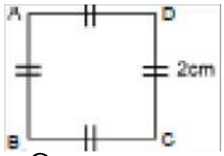
ଉଦାହରଣ - 2

(a) ଚିତ୍ର ୯.୧ ରେ ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ର ଯାହାର ବାହୁର ଦୈଘ 2 ସେ.ମି ।

ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = AB + BC + CD + DA

= (2 + 2 + 2 + 2) ସେ.ମି

= (2 x 4) = 8 ସେ.ମି



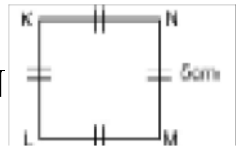
ଚିତ୍ର- ୯.୧

(b) ଚିତ୍ର ୯.୨ରେ ଦର୍ଶାଯାଇଥିବା ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ନିରୂପଣ କର ।

KLMN ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = KL + LM + MN + RN

=(5+5+5+5)ସେ.ମି

= 5x4 ସେ.ମି = 4x5ସେ.ମି = 20 ସେ.ମି



ଚିତ୍ର- ୯.୨

ତେଣୁ ଏଠାରେ ଯେ କୌଣସି ବାହୁ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା ସ୍ଥିର କରିପାରିଲେ ।
ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣକୁ ଜାଣିଲେ । ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମା,
ଏହାର ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର 4 ଗୁଣ ଅଟେ ।
ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା = 4 X ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ
ଯଦି କୌଣସି ଏକ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ବାହୁରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟ a ହୁଏ , ତେବେ ପରିସୀମା P କୁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ରୂପରେ ଦର୍ଶାଯାଇପାରିବ ।

$$\boxed{P = 4 \times a}$$

a’ ହେଉଛି ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଏକ ବର୍ଗ ଚିତ୍ରର ବାହରେ ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ ସୁଚାଏ ଏବଂ ଆମେ ବର୍ଗଚିତ୍ରର ପରିସୀମାକୁ ‘ a ‘ର ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ମାନ ପାଇଁ ସ୍ଥିର କରିପାରିବା

ଏଣୁ ଏହି ପ୍ରକାର ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ସଂକେତର ସହାୟତା ଆବଶ୍ୟକ । ଯାହା ମାଧ୍ୟମରେ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ସାମାନ୍ୟିକରଣ କରାଯାଇଥାଏ ।

a,b,c,....,x, y, z ଅକ୍ଷର ସମୂହକୁ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା ଅଜ୍ଞାତ ପରିମାଣକୁ ସୁଚାଏ ତାକୁ ନିରୂପଣ କରିବା ପାଇଁ ସୂଚକ ରୂପେ ନିଆଯାଏ । ପରମାଣ ସ୍ୱରୂପ ବିଭିନ୍ନ ପାଟୀ ଗାଣିତିକ / ଶାବ୍ଦିକ ସମସ୍ୟାକୁ ପ୍ରତୀକାତ୍ମକ କଥା ସାହାଯ୍ୟରେ ବ୍ୟକ୍ତ କରାଯାଏ । ଯେହେତୁ ଅକ୍ଷର ସାହାଯ୍ୟରେ ବ୍ୟକ୍ତ କରାଯାଏ । ଯେହେତୁ ଅକ୍ଷର ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଥାଏ, ସେମାନେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଚାରି ସକ୍ରିୟା ସଂଯୁକ୍ତ ନିୟମ ଏବଂ ଧର୍ମ ସମୂହକୁ ପାଳନ କରନ୍ତି ।

୯.୩ ବୀଜଗାଣିତିକ ପଦ ଏବଂ ପରିପ୍ରକାଶ

୯.୩.୧ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ : ପାଟୀଗଣିତରେ ଆମେ ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ସହିତ ପରିଚିତ ଆମେ ।

ଯଥା : (3 x 8) + 2 ;

(10 /5) + (3 x 20) - 7 ଇତ୍ୟାଦି

ଏ ସବୁ ଉଦାହରଣରେ ଆମେ ଦେଖିବାକୁ ପାଇବା -

(i) ପରିପ୍ରକାଶଟି ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ ।

(ii) ସମସ୍ତ ମୌଳିକ ସକ୍ରିୟ ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଏବଂ ଭାଗ - କିମ୍ବା ଏ ଗୁଡିକ ମଧ୍ୟରୁ କିଛି କ୍ରିୟାର ସହାୟତାରେ ମଧ୍ୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠିତ ହୋଇଥାଏ । ଆମେ ଚଳରାଶି ଗୁଡିକୁ ନେଇ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟ ଗଠନ କରିପାରିବା । ଆସ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଉଦାହରଣକୁ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଟିପ୍ପଣୀ

ଟିପ୍ପଣୀ

ଉଦାହରଣ ୩- : ବବ୍‌ଲୁ ଷଷ୍ଠ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼େ । ତା'ର ଶ୍ରେଣୀରେ m ସଂଖ୍ୟକ ଛାତ୍ରୀ ପଢ଼ନ୍ତି । ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟାରୁ ୭ କମ୍ ସଂଖ୍ୟକ ଛାତ୍ର ପଢ଼ନ୍ତି । ସମୁଦାୟ କେତେ ସଂଖ୍ୟକ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ତା ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ନ୍ତି ସ୍ଥିର କର ।

ଛାତ୍ରୀ ସଂଖ୍ୟା = m

ଛାତ୍ର ସଂଖ୍ୟା - m - 7

ସମୁଦାୟ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ = m + (m - 7)

ଏଠାରେ 2m - 7 ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯାହା m ଚଳରାଶି ଏବଂ 2 ଓ 7 ସ୍ଥିରାଙ୍କକୁ ନେଇ ଗଠିତ । ବିୟୋଗ ଏବଂ ଗୁଣନ ସଂକ୍ରିୟା ମଧ୍ୟ ଏଠାରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଛି ।

ଉଦାହରଣ - 4 : 2 x + 3 ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯେଉଁଥିରେ 'x' ଏକ ଚଳରାଶି ହୋଇଥିଲା ବେଳେ 2 ଓ 3 ହେଉଛନ୍ତି ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଯାହା ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନ ପାଇଁ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଛି । ଯୋଗ ଏବଂ ଗୁଣନ ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡିକ ଉକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶରେ ବ୍ୟବହୃତ ହୋଇଛି ।

ଉପରିସ୍ଥ ଦୁଇଟି ଉଦାହରଣରେ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ କୁହାଯାଏ ; ଯେହେତୁ ଉଭୟ ଚଳରାଶି ଏବଂ କିଛି ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଉକ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନରେ ସହାୟତା କରିଛନ୍ତି ।

ଏହି ଚାରିମୂଳ ସଂକ୍ରିୟା +, -, x ଏବଂ ÷ ଅଥବା ଏମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ କିଛି ସଂକ୍ରିୟା ସହ ଯୋଡି ହୋଇଥିବା ଚଳରାଶି ଏବଂ ସ୍ଥିରାଙ୍କର ସଂଯୋଜନକୁ **ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ :

7m, 2 py +1,a/2 -5, m + n -2 ଇତ୍ୟାଦି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଅଟେ ଆମେ ଏକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଲେଖିପାରିବା ଯଦି ଆମକୁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନ ବିଷୟରେ ସୂଚନା ଦିଆଯାଇଥିବ । ଏବେ ଉଦାହରଣକୁ ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ କର ଓ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କର ।

ନିର୍ଦ୍ଦେଶ / ସୂଚନା	ପରିପ୍ରକାଶ
P ସହ 16 ଯୋଗ	P + 16
'r' ରୁ ୨୫ର ବିୟୋଗ	
'P 'କୁ (-6) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣ	
'X' କୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର	
'm'କୁ ୩ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣ ଓ ଗୁଣ ଫଳରେ 8 ଯୋଗ କର	

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଯେତେବେଳେ ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଦିଆଯାଇଛି, ସେତେବେଳେ ଆମେ ଏହା କିପରି ସୃଷ୍ଟି ହୋଇଛି ତାହା କହିପାରିବା ବର୍ତ୍ତମାନ ଉଦାହରଣକୁ ପଢ଼ ଓ ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

ପରିପ୍ରକାଶ	କିପରି ସୃଷ୍ଟି ହେଲା
S - 1	S ରୁ 1 ର ବିୟୋଗ
t + 25	
11a	
2b/5	
2n - 4	

ଟିପ୍ପଣୀ

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ପରିପ୍ରକାଶ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦ ମାନଙ୍କୁ ନେଇ ଗଠିତ । ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ତିନି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରାଯାଏ ।

ଏକପଦୀ (Monomial) : = ଯେଉଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ତାହାକୁ ଏକ ପଦୀ ପରିପ୍ରକାଶ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $7xy,\ 2x,\ -4n,\ -8,\ 3a^2b$

ଦ୍ୱିପଦୀ (Binomial) : ଯେଉଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଦୁଇଟି ଭିନ୍ନ (ଅସଦୃଶ) ପଦକୁ ନେଇ ଗଠିତ ତାହାକୁ ଦ୍ୱିପଦୀ ପରିପ୍ରକାଶ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $x + y,\ 2p - 3q,\ z + 1,\ 3xy + 2x$ ଇତ୍ୟାଦି

ତ୍ରିପଦୀ (Trinomial) : ଯେଉଁ ପରିପ୍ରକାଶ ତିନୋଟି ଅସଦୃଶ ପଦକୁ ନେଇ ଗଠିତ ତାହାକୁ ତ୍ରିପଦୀ ପରିପ୍ରକାଶ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $2a - 5b + 3c,\ x + y - 3,\ pq + p - 2q$ ଇତ୍ୟାଦି

ବହୁପଦୀ (Polynomial) : ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯାହା ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ତାହାକୁ ବହୁପଦୀ କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : $5x,\ 2a + 3b,\ m + n - 3$ ଇତ୍ୟାଦି

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

. 3 x y ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱିପଦୀ ନୁହେଁ ବରଂ ଏହା ଏକପଦୀ ଅଟେ

. m + n - 3 ଦ୍ୱିପଦୀ ନୁହେଁ । ଏହା ଏକ ତ୍ରିପଦୀ

. 2a + 3a ଦ୍ୱିପଦୀ ନୁହେଁ : ଏଠାରେ ପଦ ଦ୍ୱୟ ଅସଦୃଶ ନୁହଁନ୍ତି

- ଏକପଦୀ, ଦ୍ୱିପଦୀ, ତ୍ରିପଦୀ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ବହୁପଦୀ (ପଲିନୋମିଆଲ୍)।

୯.୩.୨ ଚଳରାଶି ଏବଂ ସ୍ଥିରାଙ୍କ (Variables and constants)

ଏକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି $P = 4a$ କୁ ବିଚାରକୁ ନେବା ।

ଏଠାରେ $a = 1$, ତେବେ $P = 4 \times 1 = 4$

ଯଦି $a = 2$, ତେବେ $p = 4 \times 2 = 8$

ଯଦି $a = 3$, ତେବେ $P = 4 \times 3 = 12$

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ‘a’ ର ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ମାନ ପାଇଁ, ‘p’ ର ମାନ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ ଅର୍ଥାତ୍ ‘p’ ର ପରିବର୍ତ୍ତନ ମାନ ‘a’ ର ମାନ ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ । ତେଣୁ ଆମେ କହିବା ‘a’ ଏବଂ ‘p’ ଉଭୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ ରାଶି ବା ଚଳରାଶି । ତେଣୁ ଆମେ କହିପାରିବା

ଏକ ପ୍ରତୀକ ବା ସଙ୍କେତ ଯାହା ପାଇଁ କୌଣସି ଏକ ସ୍ଥିର ମାନ ନାହିଁ , କିନ୍ତୁ ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଯାୟୀ ଏହାକୁ ଯେକୌଣସି ଏକ ସାଂଖ୍ୟିକମାନ ପ୍ରଦାନ କରିହେବ ତାକୁ ଚଳରାଶି (Variable) କୁହାଯିବ ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ କହିପାରିବାକି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନିରୁ ଅଧିକ ବାହୁଥାଏ ? ପ୍ରକୃତରେ ତାହା ହେବ ନାହିଁ କାରଣ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ସଂଖ୍ୟା 3 ତେଣୁ ଏହା ଏକ ସ୍ଥିର ରାଶି ବା ସ୍ଥିରାଙ୍କ ।

ତେଣୁ ଆମେ କହିବା

କୌଣସି ଏକ ପ୍ରତୀକ / ସଂକେତ ଯାହାର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସାଂଖ୍ୟିକ ମାନ ଥାଏ ତାହାକୁ ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ (constant) କୁହାଯାଏ ।

$P = 4a$ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିରେ a ଓ p କୁ ଚଳରାଶି ଏବଂ 4 ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଅଟେ ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

- ଚଳରାଶିର କୌଣସି ସ୍ଥିର ମୂଲ୍ୟ ନଥାଏ
- x, y, z, p, q, r ଆଦି ଅକ୍ଷର ସାହାଯ୍ୟରେ ସାଧାରଣତଃ ଚଳରାଶିକୁ ସୁଚାଯାଏ ।
- ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ / ସ୍ଥିର ରାଶି
- ଚଳରାଶି ଏବଂ ସ୍ଥିରରାଶି ଦ୍ୱାରା ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠିତ ହୁଏ ।

ଆସ ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉଦାହରଣକୁ ବିଚାରକୁ ନେବା ।

ଉଦାହରଣ - 5 : ପପୁଲୁ 2ଟି ଏକାଭଳି ପେନ୍‌କୁ ଗୋଟିକୁ 10 ଟଙ୍କା ହିସାବରେ କିଣିଲା । ସେ ଦୋକାନୀକୁ ଏହି ବାବଦରେ କେତେ ଟଙ୍କା ଦେବ ?

2 ଟି ପେନ୍ ବା କଲମର ଦାମ୍ = 10 ଟଙ୍କା x 2 = 20 ଟଙ୍କା

: ପପୁଲୁ କଲମ ପାଇଁ 20 ଟଙ୍କା ଦୋକାନୀକୁ ଦେବ ।

ଏଠାରେ ସମୁଦାୟ କିଣାଦାମ୍ = ପତ୍ୟେକର ଦାମ X ଦ୍ରବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା

ଯଦି ସମୁଦାୟ କିଣାଦାମ୍ c ଏବଂ ଦ୍ରବ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା n ହୁଏ

ତେବେ ଉପରିସ୍ଥ ଉକ୍ତିଟି ହେବ $C = 10n$

ଏଠାରେ n ଓ c ଉଭୟ ଚଳରାଶି ହୋଇଥିଲା ବେଳେ

10 ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ବା ସ୍ଥିର ରାଶି ।

ଉଦାହରଣ-୬ : ଏସମା ଓ ରେଶମା ଦୁଇଭଉଣୀ ।

ଏସମା ରେଶମା ଠାରୁ 4 ବର୍ଷ ବଡ । ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ସାଧାରଣକୁ ଦେଖି ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

ରେଶମାର ବୟସ (ବର୍ଷରେ)	ଏସମାର ବୟସ (ବର୍ଷରେ)
7	$7 + 4 = 11$
9	
x	

ସାରଣୀର ଶେଷ ବାକ୍ସରେ (x +4) ରହିବ । ଅର୍ଥାତ୍ ଏସମାର ବୟସ (x + 4) ବର୍ଷ ଯେତେବେଳେ ରେଶମାର ବୟସ x ବର୍ଷ । ଏଠାରେ (x + 4) ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଯେଉଁଠାରେ 'x' ଏକ ଚଳରାଶି ଏବଂ 4 ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ଚଳରାଶି ଏବଂ ସ୍ଥିରାଙ୍କକୁ ଲେଖ ।

ପରିପ୍ରକାଶ	ଚଳରାଶି	ସ୍ଥିରାଙ୍କ
$y - 7$		
$\frac{s}{2} + 3$		
$2p + 3q$		

୯.୩.୩ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ଥିବା ପଦ

ଆମର ପୂର୍ବ ଆଲୋଚନାରୁ ଜାଣିଛେ ଯେ, ଏକ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପାଦ ବିଶିଷ୍ଟ ହୋଇଥାଏ ।

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - ୭ 2p x 3 ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ

ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନ ପାଇଁ ଆମକୁ ପ୍ରଥମେ 2p କୁ ନେବା ଯାହା 2 ଓ p ର ଗୁଣଫଳ । ତତ୍ପରେ 3 କୁ 2p ସହ ଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡିବ ।

ଉଦାହରଣ - ୮ xy + 3 z-5 ଏକ ପରିପ୍ରକାଶ
ଏହି ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠନ ପାଇଁ xy କୁ ପ୍ରଥମେ ନେବା ଯାହା x ଓ y ର ଗୁଣଫଳ । ତା' ପରେ 3z କୁ ନେବା ଯାହା 3 ଓ z ର ଗୁଣଫଳ । ଆମେ ପରବର୍ତ୍ତୀ ସମୟରେ xy ଏବଂ 3z କୁ ଯୋଗ କରିବା ଏବଂ ଏହା ସହ (-5) କୁ ଯୋଗ କରି ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପାଇପାରିବା ।

ତୁମେ ଦେଖିବ ଯେ, ଯେକୌଣସି ପରିପ୍ରକାଶ କେତେ ଗୋଟି ଅଂଶରେ ବିଭକ୍ତ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଂଶକୁ ଅଲଗା ଅଲଗା କରି ଗଠନ କରିବାକୁ ପଡେ ଏବଂ ପରେ ସେ ଅଂଶ ଗୁଡିକୁ ଯୋଗ କରିବାକୁ ପଡେ । ପରିପ୍ରକାଶର ଯେଉଁ ଅଂଶଗୁଡିକୁ ଅଲଗା କରି ପ୍ରଥମେ ଗଠନ କରାଗଲା ଏବଂ ପରେ ଯୋଗ କରି ପରିପ୍ରକାଶଟି ଗଠିତ ହୋଇପାରିଲା ସେ ଗୁଡିକୁ ପରିପ୍ରକାଶର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଦ କୁହାଯାଏ ।
ଉଦାହରଣ - ୭ ରେ 2p ଏବଂ 3 ପରିପ୍ରକାଶର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଦ ଏବଂ ଉଦାହରଣ - 8 ରେ xy, 3z ଏବଂ 5 ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଦ ।

ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶର ବିଭିନ୍ନ ଅଂଶମାନ ଯାହା + ଏବଂ - ଚିହ୍ନ ଦ୍ୱାରା ପୃଥକ ହୋଇଥା'ନ୍ତି, ସେହି ଅଂଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ କୁହାଯାଏ ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?
- ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗରେ ପରିପ୍ରକାଶଟି ଗଠିତ ହୋଇଥାଏ ।
- ପଦର ପୂର୍ବରୁ ଥିବା ଚିହ୍ନହ ଉକ୍ତ ପଦ ସହ ସଂପୃକ୍ତ ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ପଦ ଗୁଡିକୁ ଏବଂ ପଦ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଖାଲିସ୍ଥାନରେ ଲେଖ ।

ପରିପ୍ରକାଶ	**ପଦ ସଂଖ୍ୟା**	**ପଦ**
2ab – 3	2	2ab, -3
K/3 + 1		
$\frac{-xyz}{2}$		
$16 - x + 3y^2$		

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :
ଚାରିପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ :

୯.୩.୪ ଗୁଣ ଫଳ, ଗୁଣନୀୟକ ଏବଂ ସହଜ :
ପୂର୍ବ ଅଧ୍ୟାୟରୁ ଆମେ ଜାଣିଛେ 2 ଓ 5ର ଗୁଣନ 10 । ଅର୍ଥାତ୍ 2 x 5=10 । ଏଠାରେ 10 ହେଉଛି ଗୁଣଫଳ ଏବଂ 2 ଓ 5 10 ର ଗୁଣନୀୟକ ।

ଯେତେବେଳେ ଦୁଇଟି ଚଳରାଶିକୁ ଗୁଣାଯାଏ, ତେବେ ଗୁଣଫଳଟି କେତେ ହେବ ?

ଟିପ୍ପଣୀ

ଆମେ ଲେଖୁ : 3 ଓ z ର ଗୁଣଫଳ = 3 x z = 3z ଏବଂ y ଓ z ର ଗୁଣଫଳ = y x z = yz

ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, ପରିପ୍ରକାଶ ଏକ ବା ଏକାଧିକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ 2 ab - 3 ପରିପ୍ରକାଶରେ

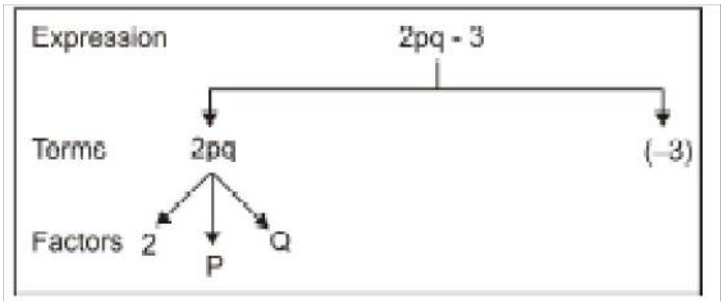
ଦୁଇଟି ପଦ 2 ab ଓ - 3

2 ab ହେଉଛି 2 a ଓ b ର ଗୁଣଫଳ

ଆମେ କହିବା 2, a ଏବଂ b ହେଉଛନ୍ତି 2 abର

ଗୋଟିଏ ଲେଖାଁଏ ଗୁଣନୀୟକ ।

ନିମ୍ନ ଚିତ୍ର(Tree diagram) ମାଧ୍ୟମରେ ଗୋଟିଏ ପରିପ୍ରକାଶର ସଂପୃକ୍ତ ପଦ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡିକୁ ଦର୍ଶାଇ ପାରିବ ।



ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର : ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡିକ ପାଇଁ Tree diagram କର

(i) 3 x y + 5y

(ii) 7 ab - 5 a + 2

ତୁମେ ଜାଣିଛ କି ?

ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଗୁଣାନୀୟକକୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ଗୁଣାନୀୟକ କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ଚଳରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଗୁଣନୀୟକକୁ ଆକ୍ଷରିକ (ବୀଜଗାଣିତିକ) ଗୁଣନୀୟକ କୁହାଯାଏ

ଉଦାହରଣ – ୯ :

3xy - 5y ପରିପ୍ରକାଶର ଦୁଇଟି ଗୁଣନୀୟକ

ଯଥା : 3 xy ଓ – 5y

. ଗୋଟିଏ ପଦର ସାଂଖ୍ୟକ ଗୁଣନୀୟକକୁ ପଦର ସାଂଖ୍ୟକ ସହଜ ବା କେବଳ ସହଜ କୁହାଯାଏ ।

. 3xy ପଦର ସହଜ 3 ଏବଂ (-5y) ପଦର ସହଜ (-5)

ତୁମେ ଚେଷ୍ଟା କର :

ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକରେ ସହଜ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(i) - 6 ab (ii) -pq/3

୯.୩.୫ ସଦୃଶ ଏବଂ ଅସଦୃଶ ପଦ (Like and unlike Aerms) :

2 pq, -pq, 5 pq, (1/2) pq ପଦ ଗୁଡ଼ିକରେ ସହଜ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା । ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ ଆକ୍ଷରିକ ବା ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ pq କିନ୍ତୁ ସାଂଖ୍ୟିକ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକ ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ।

ତେବେ ଆମେ କହିବା : ଏକ ଆକ୍ଷରିକ ବା ବୀଜଗାଣିତିକ ଗୁଣିତକ ଥିବା ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଦୃଶ (like or similar) ପଦ କୁହାଯାଏ । ଯେତେବେଳେ ପଦ ଗୁଡ଼ିକର ଏକ ଆକ୍ଷରିକ ଗୁଣନୀୟକ ନ ଥାଏ ତେବେ ସେହିପଦ ଗୁଡ଼ିକ ଅସଦୃଶ ପଦ (Unlike term) କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ ୧ : $2a + 5\ ab - 3a + b$ ପରିପ୍ରକାଶରେ $2a$, $- 3a$ ପଦ ଦ୍ୱୟରେ ଏକା ଆନ୍ତରିକ ଗୁଣନୀୟକ a । ତେଣୁ ସେମାନେ ସଦୃଶ ପଦ । କିନ୍ତୁ $2a$, $5ab$ ପଦ ଦ୍ୱୟର ଆକ୍ଷରିକ ଗୁଣନୀୟକ ମାନ ଅସମାନ ହେତୁ ସେମାନେ ଅସଦୃଶ । ସେହିପରି $5ab$ ଓ -4 ପଦ ଦ୍ୱୟ ଅସଦୃଶ ।

ଏହାକୁ ଚେଷ୍ଟାକର :

୧. $7\ x$, 7, $- 8x$, $8y$, x, $- y$, $15\ y$ ପଦ ଗୁଡିକ ମଧ୍ୟରୁ ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରି ଲେଖ ।

୨. ପ୍ରତ୍ୟେକ ଯୋଡା ପାଇଁ ନିମ୍ନ ସାରଣୀର ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

ପଦ	ଗୁଣନୀୟକ	ଆକ୍ଷରିକ ଗୁଣନୀୟକ ସମାନ ବା ଭିନ୍ନ	ସଦୃଶ/ ଅସଦୃଶ ପଦ
$\begin{cases} 15x \\ 12y \end{cases}$	$15, x$ $12, y$	ଭିନ୍ନ	ଅସଦୃଶ
$\begin{cases} 9z \\ -13z \end{cases}$			
$\begin{cases} 6xy \\ 2x \end{cases}$			
$\begin{cases} -2ab \\ 5ba \end{cases}$			

ନିଜ ଅଗ୍ରଗତିର ଆକଳନ କର :

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଥିବା ଧାରଣା ଗୁଡ଼ିକର ବୋଧଗମ୍ୟତାର ଆକଳନ ପାଇଁ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦେବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

E.1. p ଓ q ଚଳରାଶି ବ୍ୟବହାର କରି ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଲେଖ ।

E.2. - ନିମ୍ନ ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟ ଆଧାରରେ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ଲେଖ ।

(i) x ଏବଂ y 4 ର ଗୁଣ ଫଳର 5 ଗୁଣ ସହ 3 ର ଯୋଗ

(ii) a ଓ b ର ଯୋଗଫଳକୁ ଏ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳରୁ ବିୟୋଗ

E3. $2y - 3z + 5$ - ପରିପ୍ରକାଶରେ ଚଳରାଶି ଏବଂ ସ୍ଥିରରାଶି ଗୁଡିକୁ ଚିହ୍ନଟି କର ।

E4. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରୁ 'x' ର ସହଜ ସ୍ଥିର କର ।

(i) $- x$

(ii) $2xy + y2 + z\ 2$

(iii) $2/3\ x^2y$

E.5. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ମଧ୍ୟରୁ ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର

$2p, -3pq, 1/2\ pqr, -5p/3, 3pqr\ , 5pq$

E.6. ନିମ୍ନ ଏକପଦୀରାଶି ଗୁଡିକର ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

E.7. ନିମ୍ନ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶର ପଦ ଏବଂ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କର ।

(i)$3xy - 5y$ (ii) $ab + 2a - 3y$

୯.୪ ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶରେ ସଂକ୍ରିୟା

ସଂଖ୍ୟାରେ ଚାରୋଟି ମୌଳିକ ସଂକ୍ରିୟା ଯଥା : ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ଭାଗର ଉପଯୋଗ ସହ ଆମେ ଭଲଭାବରେ ଆଗରୁ ପରିଚିତ ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରୁଥିବା ଅକ୍ଷର/ସଙ୍କେତ ଗୁଡ଼ିକରେ ବିଭିନ୍ନ ସଂକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଏଠାରେ ଅବଗତ ହେବ । ପାଟୀଗଣିତରେ ବିଭିନ୍ନ ସଂକ୍ରିୟାର ଉପଯୋଗ ଭଳି ବୀଜଗଣିତରେ ମଧ୍ୟ ଏହାର ଉପଯୋଗ ଠିକ୍ ଏକ ପ୍ରକାରର । ଯେହେତୁ ସଂଙ୍କେତ,ସଂଖ୍ୟାକୁ ପ୍ରତିନିଧିତ୍ୱ କରେ ତେଣୁ ସଂଙ୍କେତ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମସ୍ତ ସୂତ୍ର ଏବଂ ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ଧର୍ମକୁ ସଂକେତ (ଯୋଗ, ବିୟୋଗ, ଗୁଣନ ଓ ଭାଗ) ଗୁଡ଼ିକ ଅନୁସରଣ କରିଥା'ନ୍ତି ।

ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକର ଉପଯୋଗ ଦୁଇଟି ସ୍ତରରେ ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ କରିବା ।

(i) ଅକ୍ଷର / ସଂକେତରେ ସଂକ୍ରିୟା

(ii) ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକରେ ସଂକ୍ରିୟା

୯.୪.୧ ଯୋଗ :

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଭେଟୁଥିବା ସମସ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ଆମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ବ୍ୟବହାର କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ଅନୁଭବ କରୁ ଏବଂ ଏଥିପାଇଁ ପାଟୀଗଣିତ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରିଥାଉ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ଦେଖିବା ଯେ କିପରି ପରିପ୍ରକାଶ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଯୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଉପଯୋଗ କରିବା ।

(a) ଅକ୍ଷର / ଏକପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ରାଶିରେ ଯୋଗ :

ଆମେ ଜାଣିଛେ $2 + 2 + 2 = 2 \times 3 = 3 \times 2$

ସେହିପରି $x + x + x = x \times 3 = 3 \times x = 3x$

ଏବଂ $x + x + x + x + x = 5 \times x = 5x$

ବର୍ତ୍ତମାନ $3x$ ଏବଂ $5x$ ର ସମଷ୍ଟି = $3x + 5x$

$= (x+x+x) + (x+x+x+x+x)$

$= x+x+x+x+x+x+x+x = 8x$

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ $3x + 5x = (3 \times x) + (5 \times x)$

$= (3 + 5) \times x$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= 8 \times x = 8x$

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଦେଖିବା ।

ଉଦାହରଣ - ୧୦: $5ab$, $7ab$ ଓ ab ର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।

ସମଷ୍ଟି = $5ab + 7ab + ab$

$= 5 \times ab + 7 \times ab + 1 \times ab$

$= (5 + 7 + 1) \times ab = 13 \times ab = 13ab$

$5ab + 7ab + ab = 13ab$

ଟିପ୍ପଣୀ

ତୁମେ ଚେଷ୍ଟା କର :

ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଗୁଡ଼ିକର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।

(i) 3 P, P ଓ 7p

(ii) 6 x y z ଓ 12 x y z

ଆମେ ଦୁଇ ବା ଅଧିକ ସଦୃଶ ପଦର ସମଷ୍ଟି କିପରି ସ୍ଥିର କରିବା ଜାଣିଛେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଚିନ୍ତା କର କିପରି ଆମେ ଅସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡିକୁ ଯୋଗ କରିବା ।

5 ଗୋଟି ଆମ୍ବ ଏବଂ 3 ଗୋଟି କମଳାର ସମଷ୍ଟି ଆସନ୍ତୁ ବାହାର କରିବା ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଫଳାଫଳ 8 ଗୋଟି ଆମ୍ବ କିମ୍ବା 8 ଗୋଟି କମଳା ହେବ ବୋଲି ଆମେ କହିପାରିବା ନିହିଁ ।

ସେହିପରି $5x$ ଓ $3y$ ଯୋଗକୁ ଗୋଟିଏ ପଦରେ ପ୍ରକାଶକରି ପାରିବା ନାହିଁ ; କେବଳ ଫଳାଫଳ ହେବ 5x +3/y ଯେଉଁଠାରେ ପଦ ଦ୍ୱୟ ପୂର୍ବ ପରି ହିଁ ରହିବ ।

(b) **ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ରେ ଯୋଗ :**

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - ୧୧: $5a + 7$ ଓ $2a - 5$ ର ସମଷ୍ଟି ସ୍ଥିର କର ।

ସମଷ୍ଟି : ଯୋଗଫଳ $= 5a + 7 + 2a - 5$

$= (5a + 2a) +(7-5)$ (ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରିବା)

$= 7a + 2$

ଉଦାହରଣ - ୧୨ : $4x+3y$, $8 +2\underline{x}$ ଓ $2y - 5$

ଯୋଗଫଳ $= 4x + 3y+ 8 + 2x + 2y-5$

$= (4x + 2x) + (2y + 3y) + (8-5)$(ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଇବା)

$= 2x + 5y + 3$

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟାକର :

ଦତ୍ତ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକର ଯୋଗଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(i) mn + 5 . 2mn - 7 (ii) 2a + 3b - 1; 5b -3

ଟିକା : ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକ ଯୋଗ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସଂବୃତ୍ତି ନିୟମ, ସହଯୋଗୀ ନିୟମ ଏବଂ କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମକୁ ପାଳନ କରିଥାଏ । ଏହାର ମଧ୍ୟ ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ ଏବଂ ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ଅଛି ।

୯.୪.୨ ବିୟୋଗ (Subtraction)

ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାରେ କିପରି ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାର ଉପଯୋଗ କରାଯାଏ ତାହାକୁ ଆମେ ଜାଣିଛେ । ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏକା ପ୍ରକାରର ପଦ୍ଧତି ମଧ୍ୟ ପ୍ରଯୁକ୍ତ ହୋଇଥାଏ।

(a) **ଏକପଦୀ ରାଶିରେ ବିୟୋଗ :**

ଆସ $5x$ ରୁ $2x$ କୁ ବିୟୋଗ କରିବା ।

$5x - 2x = (x +x+x+x+x) - (x + x)$

$=x+x+x+x+x - x - x$

$=x+(-x) +x+(-n)+x+x+x$

$= 0+0+x+x+x$

(x ଓ -x ପରସ୍ପରର ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ

$= 0 + 3x = 3x$ (: 0, ହେଉଛି ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ)

ଆସ ଅନ୍ୟ ଗୋଟିଏ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖିବା

ଉଦାହରଣ - ୧୩ : 16 mn ରୁ 7mm ବିୟୋଗ କରିବା ।

ଟିପ୍ପଣୀ

$16mn - 7mn = 16 \times mn - 7 \times mn = (16 - 7)mn = 9 \times mn = 9mn$

କିନ୍ତୁ ଦଇଟି ଅସଦୃଶ ପଦର ବିୟୋଗ /ଅନ୍ତର

କେବେହେଲେ ଏକ-ପଦୀ ହେବ ନାହିଁ ; ଏହା ଏକ ଦ୍ୱିପଦୀ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 5x ଓ 3y ର ବିୟୋଗ = $5x - 3y$

ତୁମେ ଚେଷ୍ଟା କର :

(i) 11m ରୁ 5m ର ବିୟୋଗ

(ii) 10 ab ରୁ 6 ab ର ବିୟୋଗ ।

(iii) 3 xy ରୁ 5 xy ର ବିୟୋଗ ।

(b) **ବୀଜଗଣିତ ପରିପ୍ରକାଶର ବିୟୋଗ :** ବିୟୋଗ କରିବାର ପ୍ରଣାଳୀ ପ୍ରାୟ ଯୋଗ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ ସଦୃଶ ବା ଏକାପରି । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଉଦାହରଣ - ୧୪ : 4a + 5b ରୁ 3a + 2b ବିୟୋଗ କର ।

ସମାଧାନ : (4a + 5b - 2) - (3a - 2b)

$= 4a + 5b - 2 - 3a - 2b$

$= (4a-3a) + (5b-2b) - 2$(ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକାଠି କରିବା)

$= a + 3b - 2$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ : ଦୁଇ ପରିପ୍ରକାଶ ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିକୁ ଅନ୍ୟଟିର ତଳେ ରଖିବାକୁ ପଡ଼ିବ । ନିମ୍ନରେ ଏହାକୁ ଦର୍ଶାଯାଇଛି; ଯେଉଁଠାରେ ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭରେ ତଳକୁ ତଳ ରଖାଯାଇଛି । ବିୟୋଗ ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଉପଯୋଗ କରାଯାଇଛି ।

$$\begin{array}{r} 4a + 5b - 2 \\ \underline{(-)3a + 2b} \\ \underline{a + 3b - 2} \end{array}$$

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :

(i) 10 x +7b-3 ରୁ 5x - 9 ବିୟୋଗ କର ।

(ii) 6pq - 1 + 3q ରୁ 4pq - 5p + 2 ବିୟୋଗ କର ।

୯.୪.୩ ଗୁଣନ (Multiplication)

a x a=a^2 ; a^2 ର ଅର୍ଥ ଦୁଇଟି a ର ଗୁଣଫଳ

a^2 ରେ '2' କୁ ଘାତ (power/ exponent/ index) କୁହାଯାଏ ଏବଂ a କୁ ଘାତ ରାଶିର ଆଧାର କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଶୁନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

'a' ର ସଂଖ୍ୟା	ଗୁଣଫଳ	ଆଧାର	ଘାତ
ତିନୋଟି 'a' ର ଗୁଣଫଳ a x a x a x a x a	a^3	a	3

ଆସ ଦୁଇଟି ପଦର ଗୁଣନ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଜାଣିବ । a ଓ b ର ଗୁଣଫଳ a x b ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖିବା ab.

ସେହିପରି a x a x b =a^2b

a x a x b x b = a^2 b^2 ଇତ୍ୟାଦି

ଟିପ୍ପଣୀ

କହିପାରିବ କି ?

(i) $x \times x \times x \times y \times y$ = ...

(ii) m x m x m x n x n x n = ...

ଆସ ଅନ୍ୟ କେତେ ଗୁଡ଼ିଏ ଉଦାହରଣକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ -୧୫ : 2^x କୁ 3y ଦ୍ୱାରା ଗୁଣିବା ।

$2x$ x 3y = 2 x x x 3 x y

= 2 x 3 x x x y = 6 xy

(କ୍ରମ ବିନିମୟୀ ନିୟମର ପ୍ରୟୋଗ)

ଉଦାହରଣ -୧୬ : 3 mn କୁ 5 mn ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର ।

5mn x (- 5mn) = 3 x n x (-5) x m xn

= 3 x(-5) x (mxm) x(nxn)

= -15 x m^2 x n^2 = 15 m^2n^2

ଉଦାହରଣ -୧୭ : (-5pq), 4pqr ଓ 2r ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(-5pq) x (4pqr) x 2r

= (-5) x p x q x 4 x p x q x r x 2 x r

= (-5) x 4 x 2 x p x p x q x q x r x r(ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକୁ ସଜାଡ଼ିବା)

= - *40* x p^2 x q^2 x r^2 = *-40 p2 q2 r2*

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟାକର :

ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର :

(i) 4xy x 2 x^2

(ii) 5m x 3n x 7mn

(b) ଗୋଟିଏ ମନୋମିଆଲ ଓ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ରୁ ଗଣନ ।

ପରିବର୍ତ୍ତନୀୟ ସହଯୋଗୀ ବଣ୍ଟନ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ନିୟମମାନ ଏଥିରେ ବ୍ୟବହାର ହୋଇଅଛି ।

ଉଦାହରଣ -୧୮ : (3x-5) କୁ 2x ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର ।

= (3x-5) x 2**x**

= 3x x2x -5x2x

= 3 x 2 xx xx - 5x2xx

= 6x2 – 10x

ଉଦାହରଣ ୧୯ : 3a ଓ (5a - 26+4) ର ଗୁଣଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଗୁଣଫଳ = 3a x (5a - 2b + 4)

= 3a x 5a + 3a+(-2b) + 3a x 4

= 3 x a x 5 x a + 3 x a x (-2) x b + 3 x a x 4

= 3 x 5x a x a + 3 x (-2) x a x b + 3 x 4 x a

= 15a^2 - 6ab + 12a

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :

ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ଟିପ୍ପଣୀ

(i) (2x - 3 y) 5xy

(ii) 3mn ଏବଂ (5m - 7 mn + 3n

(C) ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ ।

ସୂଚନା : ଏଠାରେ ଆମେ ମଧ୍ୟ ବଣ୍ଟନ ନିୟମର ସାହାଯ୍ୟ ନେଇଥାଉ ।

ଉଦାହରଣ - ୨୦ : (a+b) କୁ (3a-5b) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର ।

ସମାଧାନ : (a+b) x (3a-5b)

= a (3a-5b) +b (3a-5b) (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

= a x 3a - a x (5b) + b x 3a x bx (-5b)

= 3 x a x a + (-5) a x b + 3 x a x b + (-5) xb x b

= $3a^2$ - 5ab +3ab - $5b^2$

= $3a^2$ - 2ab - $5b^2$

: a+b+ (3a - 56) = $3a^2$ - 2ab m- $5b^2$

ଉଦାହରଣ - ୨୧: (2x + 5) କୁ (x^2 - 3x +2) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର ।

ସମାଧାନ : $(2x + 5) \times (x^2 - 3x + 2)$

$= 2x \times (x^2 - 3x + 2) + 5 (x^2 - 3x + 2)$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$= 2x \times x^2 - 2x \times 3x + 2x \times 2 + 5 \times x2 - 5 \times 3x + 5 \times 2$

$= 2x^3 - 2\times 3 \times x \times x + 2 \times 2x + 5\ x2 - 15x + 10$

$= 2x^3 - 6x^2 + 5x^2 + 4x - 15x + 10$

= 2x3 + (-6 + 5) x2 + (4 – 15) x + 10

= 2x3 – x2 – 11x + 10

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟାକର : ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(i) (2 m +3n) ଏବଂ (m-2n)

(ii) (pq - 1) ଏବଂ(2p + 3q-5)

୯.୪.୪ ଭାଗ (DIvision)

ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭାଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର ପଦ୍ଧତିକୁ ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଜାଣିଛେ ।

ଗୋଟିଏ ବୀଜ ଗାଣିତିକ ପ୍ରରିପ୍ରକାଶକୁ ଅନ୍ୟ ପରିପ୍ରକାଶ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାବେଳେ ପୂର୍ବ ବର୍ଣ୍ଣିତ ପ୍ରଣାଳୀ ଉପଯୋଗ ହୋଇପାରିବ ।

ଆଲ୍‌ଗୋରିଦମ୍ (Algorithm) :

(i) ଭାଜ୍ୟକୁ ଲବ ଏବଂ ଭାଜକକୁ ହର ରୂପେ ନିଅ ।

(ii) ଉଭୟ ଭାଜ୍ୟ ଓ ଭାଜକ ଉଭୟଙ୍କୁ ଏହାର ଗୁଣାନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣଫଳ ରୂପେ ଲେଖ ।

(iii) ଲବ ଏବଂ ହରରୁ ସାଧାରଣ ଗୁଣନୀୟକ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅପସାରଣ କରି ଭଗ୍ନାଂଶକୁ ସରଳ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଉଦାହରଣ - ୨୨ :

(i) 15 mm କୁ 5m ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରିବା

ଟିପ୍ପଣୀ

ଭାଗଫଳ = $5m = \frac{15mn}{5m} = \frac{3\times5\times m\times n}{5\times m} = 3n$

(ii) $18x^2y^2 \div (-6xy) = 18\frac{x^2y^2}{-6xy} = \frac{3\times6\times x\times x\times y\times y}{-6\times x\times y} = -3xy$

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :

(i) 25xy କୁ -5y ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର । (ii) 30 a^2 b^2 c କୁ 6ab ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

(b) *ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ଏକ ମନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ :*

ଏଠାରେ ଭାଜ୍ୟ ଗୋଟିଏ ପଲିନୋମିଆଲ ଏବଂ ଭାଜ୍ୟ ହେଉଛି ଏକ ମନୋମିଆଲ୍ ।

ଭାଗର କାର୍ଯ୍ୟକାରୀ ନିୟମ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା –

- ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରେ
- ସଂପୃକ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶଂ ଗୁଡ଼ିକୁ ପୂର୍ବଭଳି ସରଳ କର ।

ଆସ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - ୨୩ : (i) $9x^2$ - 15xy କୁ 3x ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ବର୍ତ୍ତମାନ $(9x^2 - 15xy) \div (3x) = \frac{9x^2 - 15xy}{3x} = \frac{9x^2}{3x} - \frac{15xy}{3x} = 3x - 5y$

(ii) a^2b -12ab^2 +20 ab କୁ - 4 ab ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର

ବର୍ତ୍ତମାନ (8 a^2b - 12ab^2 + 20ab) $\div$(- 4ab)

= -2a + 3b - 5

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :

(i) 6 m^2n - 9mn^2 କୁ 3mm ଦ୍ୱାରା ଭାଗ ଭାଗ କର ।

(ii) $10x^3y$ - $15x^2y^2$ - $5x^2y^3$ କୁ $5xy$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର

(c) ଏକ ପଲିନୋମିଆଲକୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସଂଖ୍ୟା କ୍ଷେତ୍ରରେ କିପରି ଭାଜ୍ୟକୁ ଭାଜକ ଦ୍ୱାରା ଦୀର୍ଘକାୟ ଭାଗ କ୍ରିୟା ମାଧ୍ୟମରେ ଭାଗ କରାଯାଏ ତାହା ଆମେ ଜାଣିଛେ । ପଲିନୋମିଆଲ୍ କ୍ଷେତ୍ରରେ ପୂର୍ବ ପ୍ରଣାଳୀକୁ ମଧ୍ୟ ଏଠାରେ ଉପଯୋଗ କରିପାରିବା । ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - ୨୪ : $11x + 15x^2$ - 12 କୁ $5x$ - 3ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

ସୋପାନ ୧

ଭାଜ୍ୟ ଓ ଭାଜକର ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ଚଳରାଶିର ଘାତର ଅଧଃ କ୍ରମରେ ସଜାଇ ରଖ ।

$$5x - 3\overline{\big)\,15x^2 + 11x - 12}$$

ସୋପାନ -୨

ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରଥମ ପଦକୁ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ପଦ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ଏବଂ ଭାଗଫଳର ପ୍ରଥମ ପଦକୁ ଲେଖ ।

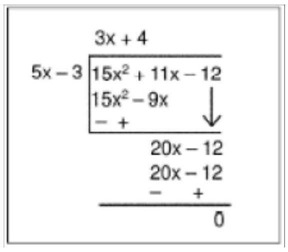
$$\begin{array}{r|l} & 3x \\ 5x-3 & 15x^2 + 11x - 12 \\ & 15x^2 - 9x \;\downarrow \\ & \underline{-\qquad +\qquad} \\ & \qquad 20x - 12 \end{array}$$

ଏଠାରେ $\frac{15x^2}{5x} = 3x$

ଟିପ୍ପଣୀ

ସୋପାନ - ୩

ଭାଜକର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ $3x$ ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କର
ଏବଂ ଗୁଣଫଳକୁ ଭାଜ୍ୟର ଠିକ୍ ତଳକୁ ଲେଖ ।
ପରେ ଏହାକୁ ଭାଜ୍ୟରୁ ବିୟୋଗ କର ।



ସୋପାନ - ୪ . $20x - 12$ କୁ ନୂତନ ଭାବେ ଭାଜ୍ୟ ରୂପେ ନେଇ ସୋପାନ 2 ଏବଂ 3ର ପୁନରାବୃତ୍ତି କର । ଏଠାରେ ଭାଗଫଳର ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦ $= \dfrac{20x}{5x} = 4$ ଭାଜକ ଏବଂ ଭାଗଫଳର ଦ୍ୱିତୀୟ ପଦର ଗୁଣଫଳକୁ ନୂତନ ଭାଜ୍ୟରୁ ବିୟୋଗ କର । ବର୍ତ୍ତମାନ ଭାଗଶେଷ 0 ହେବ ।

ଭାଗଫଳ = $3x + 4$ ଏବଂ ଭାଗଫଳ 0

$$\therefore \quad (15x^2 + 11x - 12) \div (5x - 3) = 3x + 4$$

ଆମେ ଦୀର୍ଘକାୟ ଭାଗକ୍ରିୟା ଅନୁଯାୟୀ ବର୍ତ୍ତମାନ ଭାଗକ୍ରିୟାକୁ ସଂପାଦନ କଲେ

ଟୀକା : ଭାଜ୍ୟର ପ୍ରଥମ ପଦରେ ଥିବା ଚଳରାଶିର ଘାତ ଭାଜକର ପ୍ରଥମ ପଦରେ ଥିବା ସେହି ଚଳରାଶିର ଘାତ ଠାରୁ କମ୍ ହେବ ନାହିଁ ।

ଏବେ ନିଜ ପ୍ରଗତିର ଆକଳନ କର :

E.8. **ସରଳ କର :** $5x^2 - 6xy - y^2 - 2x^2 - 3y^2 + 2xy - 2y^2 + x^2$

E.9. $2m - 3n + 5$ ଓ $8 + 4n$ ର ସମଷ୍ଟିରୁ $3m - 5n + 7$ ବିୟୋଗ କର ।

E.10 ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

$$(a^2 - 5ab - 3a + 7) + (\ldots\ldots\ldots\ldots) = 3a^2 + 2ab - 5b + 2$$

E.11. ଗୁଣନ କର

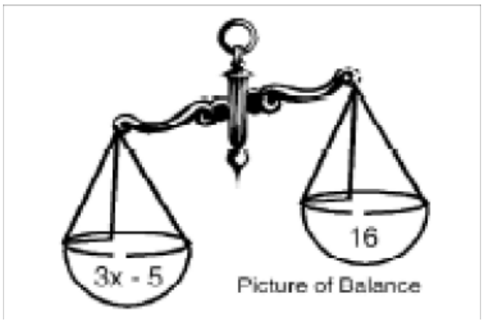
(a) $(3x - 2)$ ଦ୍ୱାରା $(2x + 3)$ ଗୁଣନ କର ।

(b) $(p^2 + pq + q^2)$ ଦ୍ୱାରା $(p - q)$ ଗୁଣନ କର ।

E.12. Divide $3a^3 + 16a^2 + 20 + 21a$ କୁ $(a + 4)$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

୯.୫ : ରୈଖିୟ ବୀଜଗାଣିତିକ ସମୀକରଣ ଓ ତା'ର ସମାଧାନ :

ନିକିତିର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱର ସନ୍ତୁଳନ ସହ ସମୀକରଣଟି ତୁଳନୀୟ । ନିକିତିର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ବା ପଲା କୁ ସମୀକାରଣର ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ସହ ତୁଳନୀୟ । ସମୀରଣର ବାମ ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା '=' ଚିହ୍ନ ରୁ ନିକିତିର ଉଭୟ ପଲା ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାରେ ଅଛି ସହ ତୁଳନୀୟ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ ସମୀକରଣ $3x - 5 = 16$ ରେ ବାମପକ୍ଷ $= 3x - 5$ ଏବଂ ଦକ୍ଷିଣ ପକ୍ଷ $= 16$ ଯଥା କ୍ରମେ ନିକିତିର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ଅଟନ୍ତି ବୋଲି ଧାରିନେବା । ଏଠାରେ ନିକିତି ଟି ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାରେ ଅଛି ବୋଲି ଧରିନେବା କାରଣ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ମଧ୍ୟରେ '=' ସମାନ ଚିହ୍ନ ଅଛି । 'x' କୁ ସମୀକରଣର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି କୁହାଯାଏ ।



Picture of Balance

ଏହି ଭଗ୍ନାଂଶରେ ସମୀକରଣ ମୌଳିକ ଅଂଶ ଅର୍ଥାତ୍ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚିତ ହେବ । ରୈଖିୟ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ନିମିତ୍ତ ପଦ୍ଧତି ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ଆଲୋଚିତ ହେବ ।

୯.୫.୧ ରୈଖିୟ ବୀଜଗାଣିତିକ ସମୀକରଣ :

ଆସ ଏକ ସରଳ ସମସ୍ୟା ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା –

‘‘ଏକ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିର କରିବା ଯାହାର ଦୁଇ ଗୁଣରେ 5 ଯୋଗ କଲେ 15 ହେବ ।’’

ଉକ୍ତ ସମସ୍ୟା ପାଇଁ ପ୍ରଥମେ ଏକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରିବାକୁ ହେବ । ଏଥିପାଇଁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ‘x’ ନେଇ ତାହାର ଦୁଇଗୁଣ $2x$ ନେବା । ଯେତେବେଳେ ଏହା ସହ 5 ଯୋଗକଲେ ହେବ $2x + 5$ । ଆମେ ଜାଣିଛେ ଏହା 15 ସହ ସମାନ । ତେଣୁ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିଟି ହେଲା $2x+5=5$ ଯାହାକୁ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।

ଗୋଟିଏ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ ଏକ ସଂଖ୍ୟାରେ ସମାନ ହୁଏ । ତେବେ ସଂପୃକ୍ତ ଉକ୍ତିଟିକୁ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।

ଏଣୁ $2x+5=15$ ଗୋଟିଏ ବିଜଗାଣିତିକ ସମୀକରଣର ଏକ ଉଦାହରଣ ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରିବା । ସାରଣୀରେ ସଂପୃକ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ଲେଖ ।

ଉକ୍ତି	ସମୀକରଣ
x ଓ 7 ର ସମଷ୍ଟି 16	$x + 7 = 16$
y ରୁ 3 ବିୟୋଗକଲେ 10 ହେବ	
n ର 9 ଗୁଣ 36	
m ର ତିନି ଚତୁର୍ଥାଂଶ 12	

ଉପରୋକ୍ତ ସାରଣୀରେ ତୁମେ ଯେଉଁ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖିଲ ସେ ସବୁକୁ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ । ଉକ୍ତ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକରେ କେବଳ ଗୋଟିଏ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ଥାଏ ଏବଂ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଘାତ ଏକ । ତେଣୁ ଆମେ କହିବା :

କେବଳ ଏକ ଏକ ରୈଖିୟ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଥାଇ ସମୀକରଣକୁ ଏକ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ‘x’ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣର ସାଧାରଣ ରୂପ $ax + b = 0$, ଯେଉଁଠାରେ a ଓ b ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟା ଏବଂ x ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଘାତ 1 । ସେଥିପାଇଁ ଏକ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣକୁ ଏକ ଘାତ ବିଶିଷ୍ଟ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ । ଏଠାରେ ଆମେ କେବଳ ଏହି ପ୍ରକାରର ସମୀକରଣ ସଂପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଟୀକା : (i) $x + 7x+6=0$ ସମୀକରଣର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ‘x’ର ଘାତ 2; ତେଣୁ ଏହା ଏକ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣ ନୁହେଁ ।

ଟିପ୍ପଣୀ

(ii) $x + 2y = 5$ ସମୀକରଣ x ଏବଂ y ଦୁଇଟି ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ । ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା x ଓ y ।

୯.୫.୨ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ

ବର୍ତ୍ତମାନ $x + 7 = 16$ ସମୀକରଣ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ଏଠାରେ 'x'ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $x + 7 = 16$ ସମୀକରଣ ସିଦ୍ଧ ହେବ ? ଏଥିପାଇଁ

x ର ମାନ 1, 2, 3,.......... ଇତ୍ୟାଦିକୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରିବା ଯେପରିକି ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହୋଇପାରିବ । ଏଠାରେ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖିବା ଯେ, ଯେତେବେଳେ $x = 9$ ହେବ ସେତେବେଳେ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହେବ । ଏଠାରେ x ର ଅନ୍ୟମାନ ପାଇଁ ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହେବ ନାହିଁ ଅର୍ଥାତ୍ ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେବ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଏଥିରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ ହେବ ଯେ, ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଏକ ମାତ୍ର ମାନ ପାଇଁ ସମୀକରଣଟି ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହେବ ଅର୍ଥାତ୍ ସମିକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ,

$2y = 6$ କେବଳ y ର ମାନ 3 ପାଇଁ ସମୀକରଣ ସିଦ୍ଧ ହେବ । ସେହିପରି $m + 3 = 4$ ସମୀକରଣଟି m ର ମାନ 7 ପାଇଁ ସିଦ୍ଧ ହେବ ।

ସମୀକରଣର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ଯେଉଁମାନ ପାଇଁ ସମୀକରଣଟି ସତ୍ୟ ହେବ : ତାହାକୁ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ (**solution**) ବା ବୀଜ (**root**) କହନ୍ତି । ଏ ପ୍ରକାର ସମୀକରଣ ସମାଧାନ କହିଲେ ଏହା ସଂପୃକ୍ତ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ବୁଝୁ ।

ରୈଖିୟ ସମୀକରଣ ସମାଧାନ ର ପଦ୍ଧତି :

(a) ବିଚାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା ।

ଆସ ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଥିବା ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ଗୁଡ଼ିକୁ ପୂରଣ କରିବା ଏବଂ ଅନୁଧାନ କରିବା ।

ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ $x + 7 = 16$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x+7										

ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେବା ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ 'x' ର ବିଭିନ୍ନ ଜ୍ଞାନକୁ ନେଇ ପରୀକ୍ଷା କରିବା । ଏହି ପ୍ରକାରରେ ଆମେ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ଜାଣିପାରିବା ଏହି ପ୍ରକ୍ରିୟାକୁ ଆମେ ବିଚାରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା କହୁ । ଆମେ କେତେ 'x' ର ମାନ ପାଇଁ ପରୀକ୍ଷାରେ ଅକୃତକାର୍ଯ୍ୟ ହେଲେ ମଧ୍ୟ ଆମେ x ର ପ୍ରକୃତ ମାନ (ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନ)ପାଇବା, ଯେଉଁଥିପାଇଁ ସମୀକରଣଟି ସିଦ୍ଧ ହେବ ।

ତେଣୁ ଏହି ପ୍ରଣାଳୀ ବିରକ୍ତି କର ଏବଂ ସମୟ ସାପେକ୍ଷ ଏବଂ ବେଳେ ବେଳେ ଯଦି ମାନଟି ବହୁତ ବଡ଼ ହୋଇଥାଏ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନ ସ୍ଥିର କରିବା ଅସମ୍ଭବ ହୋଇପଡ଼ିଥାଏ ।

ନିଜେ ଚେଷ୍ଟା କର :

ପରୀକ୍ଷଣ ମାଧ୍ୟମରେ ନିମ୍ନ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର ।

(i) $m - 5 = 16$

(ii) $2y - 1 = 17$

(b) ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗର ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଆଗରୁ କୁହାଯାଇଛି ଯେ, ସମୀକରଣଟି ଗୋଟିଏ ନିକିତିର ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାକୁ ସୂଚାଇଥାଏ । ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ, ନିକିତିର ଉଭୟ ପଲା ସହ ତୁଳନୀୟ । ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମାନ ଚିହ୍ନ

ରୁ ଜଣାପଡେ ଯେ, ନିକିତିର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ ସନ୍ତୁଳିତ । ସମୀକରଣରେ ପାଟି ଗାଣିତିକ ସଂକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗ, ନିକିତିର ଉଭୟ ପଲାରେ ଓଜନ ଯୋଗ କିମ୍ୱା ବିୟୋଗ କରିବା (ଓଜନ କାଢ଼ି ନେବା) ସଦୃଶ ।

ଯଦି ଆମେ ସମାଜ ଓଜନକୁ ଉଭୟ ପଲାରେ ଦେବା, ତେବେ ନିକିତିର ଦଣ୍ଡ (beem) ଟି ଆନୁଭୂମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ।

ସେହିପରି ଯଦି ଆମକୁ ସମାନ ଓଜନ ଉଭୟ ପଲାରୁ କାଢ଼ି ନେବା ତେବେ ମଧ୍ୟ ନିକିତିର ଦଣ୍ଡଟି ଆନୁଭୂମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ।

ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ ଯଦି ପଲାରୁ କିଛି ଭିନ୍ନଭିନ୍ନ ଓଜନ କାଢ଼ି ନେବା ବା ପଲାରେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଓଜନ ଦେବା ତେବେ ନିକିତିର ଦଣ୍ଡଟି ଆନୁଭୂମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ନ ରହି ଗୋଟିଏ ପଟକୁ ଢ଼ଳି ରହିବ । ଆମେ ଉକ୍ତ ନିୟମ ବା ସିଦ୍ଧାନ୍ତ ଅନୁସରଣରେ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଯିବା ।

ମନେକର ଚାଉଳର ଓଜନ 'x' କୁ ସୂଚାଏ ନିକିତିର ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ପଲାରେ ରଖାଗଲା ଏବଂ 'w' ଓଜନକୁ ନିକିତିର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ପଲାରେ ରଖାଯିବାରୁ ନିକତିଟି ସନ୍ତୁଳିତ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିଲା । ତେବେ ଆମେ କହିବ : $x = w$

ପରିସ୍ଥିତି - ୧

ଯଦି. ଓଜନକୁ ଉଭୟ ପଲାରେ ରଖିବା, ତେବେ ଆମେ ନିକିତିର ଦଣ୍ଡଟି ଆନୁଭୂମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ନା ଦଣ୍ଡଟି ଗୋଟିଏ ଆଡକୁ ଢ଼ଳି ରହିବ ?

ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ଦଣ୍ଡଟି ଭୂସମାନ୍ତର ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ।

ତେଣୁ ଆମେ କହିବା, $x + c = w + c$.

ପରିସ୍ଥିତି - ୨

ଏଠାରେ 'c' ଓଜନକୁ ଉଭୟ ପଲାରୁ ବାଦ୍ ଦେବା ତେବେ ନିକିତର ଦଣ୍ଡଟି କେଉଁ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ । ନିଶ୍ଚିତ ଭାବେ ଦଣ୍ଡଟି ଭୂସମାନ୍ତର ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ । ତେଣୁ ଆମେ କହିବା $x - c = w - c$.

ପରିସ୍ଥିତି - ୩

ସେହିପରି ଉଭୟ ପଲାରେ ଥିବା ଓଜନକୁ c ଗୁଣ କରାଯାଏ ତେବେ ମଧ୍ୟ ନିକିତିର ଦଣ୍ଡଟି ଆନୁଭୂମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ ।

ଏହି ପରିସ୍ଥିତିର ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଟି ହେଲା : $xc = wc$

ପରିସ୍ଥିତି - ୪

ଆହୁରି ମଧ୍ୟ ଉଭୟ ପଲାରେ ଥିବା ଓଜନ ର $^1/_c$ ଅଂଶ ନେବା, ତେବେ ନିକିତିର ଦଣ୍ଡଟି ମଧ୍ୟ ଆନୁଭୂମିକ ଅବସ୍ଥାରେ ରହିବ :(c = 0) ଏଣୁ ଆମେ ପାଇବା : $\frac{x}{c} = \frac{w}{c}$ (c = 0)

ନିକିତିରେ ଓଜନ କରିବାର ଉପରୋକ୍ତ ଧର୍ମ ଗୁଡ଼ିକର ପରିପାଳନରେ ଆମେ ନିମ୍ନ ଚାରିଗୋଟି ନିୟମ ପାଇବା ଯେତେବେଳେ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଯିବା ।

ଉକ୍ତ ନିୟମ ଦ୍ୱାରା ଆମେ ସମୀକରଣର ସମାଧାନକୁ ଅତି ସହଜରେ କରିପାରିବା ।

ନିମ୍ନରେ ଚାରିଗୋଟି ନିୟମକୁ ଦିଆଯାଇଛି ।

- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସମାନ ସମାନ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଯୋଗ କଲେ ସମୀକରଣର ସମାନତାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ନାହିଁ ।
- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାଶ୍ୱରୁ ସମାନ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ ସମୀକରଣର ସମାନତାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ନାହିଁ ।
- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସମାନ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ('୦' ଭିନ୍ନ) ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ, ସମୀକରଣର ସମାନତରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ନାହିଁ ।
- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ସମାନ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ('୦'ଭିନ୍ନ) ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ସମୀକରଣର

ଟିପ୍ପଣୀ

ସମାନତାରେ କୌଣସି ପରିବର୍ତ୍ତନ ହେବ ନାହିଁ ।

ଆସ ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ରକୁ ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକରେ ପ୍ରୟୋଗ କରି ଦତ୍ତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କରିବା ।

ଉଦାହରଣ ୨୫: $y - 5 = 11$ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର

ସମାଧାନ : ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କହିଲେ, ସମୀକରଣର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟକୁ ବୁଝିବା $y - 5 = 11$

$\Rightarrow (y - 5) + 5 = 11 + 5$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 5 କୁ ଯୋଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow y + (-5 + 5) = 16$ (ସହଯୋଗୀତା)

$\Rightarrow y + 0 = 16$ (ଯୋଗାଯୋଗ ବିଲୋମୀ)

$\Rightarrow y = 16$ (ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ)

ଉଦାହରଣ - ୨୬ : $z + 4 = 8$ କୁ ସମାଧାନ କର ।

ସମାଧାନ : $z + 4 = 8$

$\Rightarrow z + 4 + (-4) = 8 + (-4)$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 4 କୁ ବିୟୋଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow z + \{4 + (-4)\} = 4$ (ସହଯୋଗିତା)

$\Rightarrow z + 0 = 4$ (ଯୋଗାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$\Rightarrow z = 4$ (ଯୋଗାତ୍ମକ ଅଭେଦ)

ଉଦାହରଣ - ୨୭ : ସମାଧାନ କର : $x / 3 = 12$

ସମାଧାନ : = $x / 3 = 12$

$\Rightarrow x/3 \times 3 = 12 \times 3$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 3 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା)

$\Rightarrow x \times (1/3 \times 3) = 36$ (ସହଯୋଗିତା)

$\Rightarrow x \times 1 = 36$ (ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ)

$\Rightarrow x = 36$ (ଗୁଣନାତ୍ମକ ଅଭେଦ)

ଉଦାହରଣ - ୨୮ : ସମାଧାନ କର : $5x - 2 = 28$

ସମାଧାନ : ପ୍ରଥମେ ସାଂଖ୍ୟକ ସ୍ଥିରାଙ୍କକୁ ଅପସାରଣ କରାଯାଏ ।

$\Rightarrow (5x - 2) + 2 = 28 + 2$

$\Rightarrow 5x + (-2 + 2) = 30$

$\Rightarrow 5x + 0 = 30$

$\Rightarrow 5x = 30$

$\Rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{30}{5}$

$\Rightarrow x = 6$

ଟୀକା : ପ୍ରକୃତ ପକ୍ଷେ ଆମେ ବିଭିନ୍ନ ସୂତ୍ରରେ ପ୍ରୟୋଗର ସମସ୍ତ ସୋପନକୁ ଦର୍ଶାଇ ନ ଥାଉ ।

ତୁମେ ଚେଷ୍ଟା କର :

ନିମ୍ନ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର ।

(i) $3x + 2 = 14$ (ii) $x/4 - 1 = 5$

(c) ପକ୍ଷାନ୍ତରଣ ପ୍ରକ୍ରିୟା :

ଆମେ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କଲାବେଳେ ସାଧାରଣତଃ ଏକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱ ବା ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତର କରିଥାଉ । ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗ ବା ବିୟୋଗ କରିବାର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିନଥାଏ । ଏହା ଦ୍ୱାରା ସଂକ୍ରିୟାର ପ୍ରୟୋଗରେ ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ

ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତର ହୋଇଥାଏ ସେତେବେଳେ ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସଂଶୋଧିତ ହୋଇଥାଏ ।

ଗୋଟିଏ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ ଅନ୍ୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତରଣ ର ସଂକ୍ରିୟା ଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ :

(i) ଯୋଗ, ବିୟୋଗକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ

(ii) ବିୟୋଗ, ଯୋଗକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ

(iii) ଗୁଣନ, ଭାଗକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ

(iv) ଭାଗ, ଗୁଣନକୁ ପରିବର୍ତ୍ତିତ ହୁଏ

ଏଗୁଡିକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତରଣର ନିୟମ(Rules of Transporition) କୁହାଯାଏ ।

ଆସ ଏହି ନିୟମକୁ ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିମ୍ନୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କରିବା

ଉଦାହରଣ - ୨୯: ସମାଧାନ କର : $2x - 7 = 5$

ସମାଧାନ : $2x - 7 = 5$

$\Rightarrow 2x = 5 + 7$ (7 କୁ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତରୀଣ)

$\Rightarrow 2x = 12$

$\Rightarrow x = 12/2$ (2 କୁ ଦକ୍ଷିଣପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତରୀଣ)

$\Rightarrow x = 6$

ଉଦାହରଣ - ୩୦ : = $\frac{5y-2}{3} = 6$

ସମାଧାନ : $\frac{5y-2}{3} = 6$

$\Rightarrow 5y - 2 = 6 \times 3$

$\Rightarrow 5y - 2 = 18$

$\Rightarrow 5y = 18 + 2$

$\Rightarrow 5y = 20$

$$\Rightarrow y = \frac{20}{5} = 4$$

$$\therefore y = 4$$

ତୁମେ ଚେଷ୍ଟା କର :

ପକ୍ଷାନ୍ତରଣ ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନ କର ।

(i) $3p + 2 = 17$ (ii) $2(x + 4) = 12$

(d) **ବଜ୍ରଗୁଣନ ପଦ୍ଧତି ର ନିୟମ** :

ଯଦି କୌଣସି ଏକ ସମୀକରଣ ଭଗ୍ନାଂଶର ରୂପ ନେଇଥାଏ, ତେବେ ଏକ ସରଳ ଉପାୟ ମାଧ୍ୟମରେ ଉକ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶ ରୂପକୁ ସମାନତାର ବିନା ପରିବର୍ତ୍ତନରେ ଦୂର କରିପାରିବା ।

ମନେକର : ସମୀକରଣର ରୂପ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ହୋଇଥାଏ ।

ତେବେ : $\Rightarrow a = \frac{c}{d} \times b$ (b ର ପକ୍ଷାନ୍ତରଣ ଦ୍ୱାରା)

$$\Rightarrow a = \frac{c \times b}{d}$$

$\Rightarrow a \times d = c \times b$ (ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱରୁ 'd' ର ପକ୍ଷାନ୍ତରଣ ଦ୍ୱାରା)

ଏଣୁ ଆମେ ପାଇଲେ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \times d = c \times b$

ଅନ୍ୟ ପକ୍ଷରେ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ad ଦ୍ୱାରା ଗୁଣି)

$= a/b \times bd = c/d \times bd$

$\Rightarrow ad = cb$

ଏହାକୁ ବଜ୍ରଗୁଣନ ପଦ୍ଧତିର ନିୟମ କୁହାଯାଏ ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅନୁଧାନ କର ।

ଉଦାହରଣ - ୩୧ : ସମାଧାନ କର : $\frac{3x+1}{2} = \frac{x+7}{4}$

ସମାଧାନ : $\frac{3x+1}{2} = \frac{x+7}{4}$

$\Rightarrow (3x + 1) \times 4 = (x + 7) \times 2$ (ବଜ୍ର ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା)

$\Rightarrow 12x + 4 = 2x+14$ (ବଣ୍ଟନ ନିୟମ)

$\Rightarrow 12x - 2x = 14 - 4$ ('x' ସମାନ୍ୱିତ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ବାମ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡିକୁ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ନିଆଗଲା)

$\Rightarrow 10x = 10$

$\Rightarrow x = 10/10$ (10 କୁ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପକ୍ଷାନ୍ତର କରାଗଲା)

$\Rightarrow x = 1$

ଉଦାହରଣ- ୩୨ : ସମାଧାନ କର : $\frac{3y-1}{2y+3} = \frac{5}{7}$

ସମାଧାନ : $\frac{3y-1}{2y+3} = \frac{5}{7}$

$\Rightarrow (3y - 1) \times 7 = (2y + 3) \times 5$ (ବଜ୍ର ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା)

$\Rightarrow 21y - 7 = 10y + 15$

$\Rightarrow 21y - 10y = 15 + 7$

$\Rightarrow 11y = 22$

$\Rightarrow y = \frac{22}{11} = 2$

ଏଠାରେ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ରୈଖିୟ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ଉପରୋକ୍ତ ଚାରିଗୋଟି ସୂତ୍ର ଦ୍ୱାରା କରିପାରିଲେ । ଉକ୍ତ ଚାରି ସୂତ୍ର ମଧ୍ୟରୁ 'ପକ୍ଷାନ୍ତରଣ' ଏବଂ 'ବଜ୍ରଗୁଣନ' ପଦ୍ଧତି ଦ୍ୱୟକୁ ବିଶେଷ ଭାବରେ ଉପଯୋଗ କରିଥାଉ ।।

ନିଜ ଅଗ୍ରଗତିର ଆକଳନ : ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ପ୍ରଦାନ କର :

E 13.- ନିମ୍ନ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର :

(i) $7x = 28$ (ii) $3y - 2 = 19$ (ii) $x/2 - 3 = 6$

ଟିପ୍ପଣୀ

E.14. ନିମ୍ନ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର :

(i) $\frac{8x}{3x+6} = \frac{4}{3}$ (ii) $\frac{2x+3}{3x+7} = \frac{5}{8}$

E.15. ନିମ୍ନ ସମୀକରଣ ଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର ।

୯.୬ ଶାବ୍ଦିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ / ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀର ପ୍ରୟୋଗ

ପୂର୍ବରୁ ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ ଆମେ କିପରି ଏକ ଗାଣିତିକ ଉକ୍ତିକୁ ସରଳ ସମୀକରଣରେ ରୂପାନ୍ତର କରିପାରିବା । ଆମେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛେ ଏକ ସରଳ ସମୀକରଣର କିପରି ସମାଧାନ କରିପାରିବା ।

ଦୈନନ୍ଦିନ ଜୀବନରେ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନର ବିଭିନ୍ନ ସୋପାନ ବା ପଦ୍ଧତି :

(i) ଶାବ୍ଦିକ ସମସ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶିତ ସ୍ଥିତିକୁ ବୁଝିବା ।

(ii) ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ଏକ ସଂକେତ ଦ୍ୱାରା ସୂଚାଇବା ।

(iii) ସମସ୍ୟାରେ ଥିବା ସମ୍ବନ୍ଧକୁ ଏକ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରକାଶ କରିବା ।

(iv) ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ଦ୍ୱାରା ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା ।

(v) ସମାଧାନର ସଠିକତାର ସତ୍ୟତା ନିରୂପଣ କରିବା ।

ନିମ୍ନ ଉଦାହରଣକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କର ।

ଉଦାହରଣ - ୩୩ :

ମିତା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଭାବିଲା । ଯଦି ସେ ସଂଖ୍ୟାର 4 ଗୁଣରୁ 7 ବିୟୋଗ କରେ ତେବେ ଅବଶିଷ୍ଟ 17 ରହେ । ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମନେକର ମିତା 'x' ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ ଭାବିଲା ।

'x' ର 4 ଗୁଣ = $4x$

4x ରୁ 7 ବିୟୋଗ କଲେ ମିତା ପାଖରେ $(4x - 7)$ ରହିବ ।

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $4x - 7 = 17$

$\Rightarrow 4x = 17 + 7$

$\Rightarrow 4x = 24$

$\Rightarrow x = 24/4 = 6$

ସଂଖ୍ୟାଟି 6.

ଉତ୍ତରର ସଠିକତା ନିରୂପଣ :

ବାମପକ୍ଷ = $4x - 7 = 4 \times 6 - 7 = 24 - 7 = 17$ = ଦକ୍ଷିଣପକ୍ଷ

ଉଦାହରଣ : 34;

ଭିକି ରିକି ଠାରୁ 5 ବର୍ଷ ବଡ । 15 ବର୍ଷ ପୂର୍ବରୁ ଭିକିର ବୟସ ରିକିର ବୟସର ଦୁଇଗୁଣ ଥିଲା। ସେମାନଙ୍କର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଦୁଇଜଣଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ରିକି ବୟସରେ ସାନ ।

ମନେକର ରିକିର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ z ବର୍ଷ

ରିକିର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ = $(z + 5)$ ବର୍ଷ

15 ବର୍ଷ ପୂର୍ବରୁ, ଭିକିର ବୟସ ଥିଲା

$(z + 5) - 15 = (z - 10)$ ବର୍ଷ

15 ବର୍ଷ ପୂର୍ବେ ରିକିର ବୟସ ଥିଲା $(z - 15)$ ବର୍ଷ

ଦତ୍ତ ସମ୍ବନ୍ଧ ଅନୁସାରେ

ଭିକିର ବୟସ, ରିକିର ବୟସର 2ଗୁଣ ଥିଲା ।

$\Rightarrow$ z - 10 = 2 (z - 15)

$\Rightarrow$ z - 10 = 2z - 30

$\Rightarrow$ z - 2z = -30 + 10

$\Rightarrow$ z = 20

ଂ. ରିକିର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ = 20 ବର୍ଷ ଏବଂ ଭିକିର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ = 20 + 5 ବର୍ଷ =25 ବର୍ଷ ।

ନିଜ ପ୍ରଗତିର ଆକଳନ : (ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡିକର ସମାଧାନର)

E.16. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି 64. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଅନ୍ୟ ସଂଖ୍ୟାରୁ 14 ଅଧିକ । ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟ ସ୍ଥିର କର

E.17. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର ।

(a) ସଚିନ, ଧୋନି କରିଥିବା ରନ୍ ର ଦୁଇଗଣ ରନ୍ କରିଥିଲା । ଯଦି ଉଭୟଙ୍କର ରନ୍ ର ସମଷ୍ଟି ଏକଶତରୁ 1 ରନ୍ କମ୍ ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଉଭୟଙ୍କ ରନ୍ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ଥିଲା ?

(b) ନରହରି ପୁର ଗ୍ରାମର ଗ୍ରାମବାସୀମାନେ ତାଙ୍କ ଗ୍ରାମ୍ୟ ବଗିଚାରେ 102 ଟି ଗଛ ଲଗାଇଥିଲେ । ଫଳଗଛ ଧାରଣ କରୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାର 3 ଗୁଣରୁ 2 ଅଧିକ ଫଳ ଧାରଣା କରୁଥିବା ଗଛ ସଂଖ୍ୟା ସହ ସମାନ । ଫଳ ଧାରଣା କରୁଥିବା ଗଛ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(c) ସାନିଆ ର ବୟସ, ତା ବାପାଙ୍କ ବୟସର ଅଧା । 20 ବର୍ଷ ପରେ ସାନିଆର ବୟସ, ତା ବାପାଙ୍କ ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସ ସହ ସମାନ ହେବ । ସାନିଆର ବୟସ, ତା' ବାପାଙ୍କ ବୟସ ଏବଂ ତା ଜେଜେ ବାପାଙ୍କ ବୟସ କେତେ ?

E.18. ନିମ୍ନ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କର ।

$$\frac{2x+3}{3x-7}=\frac{5}{8}$$

୯.୭ ସାରାଂଶ

ସାମାନ୍ୱିକୃତ ପାଟୀଗଣିତ ଯେଉଁଥିରେ ସଂଖ୍ୟା ପରିବର୍ତ୍ତେ ଅକ୍ଷର ସଂକେତ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ତାହାକୁ ବୀଜ ଗଣିତ କୁହାଯାଏ । ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ଏବଂ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂକେତ, ବିଭିନ୍ନ ପରିସ୍ଥିତିରେ ବିଭିନ୍ନ ସଂଖ୍ୟକ ମୂଲ୍ୟ ଗ୍ରହଣ କରିଥାଏ ।

ସଂକେତ ଏବଂ ସଂଖ୍ୟା ସ୍ଥିରାଙ୍କକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ବୀଜଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ଗଠିତ ହୁଏ । ଆମେ ମଧ୍ୟ ପରିପ୍ରକାଶ ପାଇଁ ଚାରି ମୌଳିକ ସଂକ୍ରିୟାକୁ ସଂକେତ ଓ ସ୍ଥିରାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ବ୍ୟବହାର କରୁ ।

ପଦ, ପରିପ୍ରକାଶର ଅଂଶ ବିଶେଷ, ଯାହା + ଓ – ଚିହ୍ନ ମାଧ୍ୟମରେ ଗୋଟିଏରୁ ଅନ୍ୟଟି ଅଲଗା କରାଯାଇଥାଏ । ଏହା ଏକ ସ୍ଥିରାଙ୍କ, ଚଳରାଶି ବା ଉଭୟଙ୍କର ସମନ୍ୱୟରେ ଗଠିତ ହୋଇଥାଏ ।

ଏକ ଏବଂ ଏକାଧିକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ପରିପ୍ରକାଶକୁ ପଲିନୋମିଆଲ କୁହାଯାଏ । ଏକ ପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲକୁ ମନୋମିଆଲ ଏବଂ ଦୁଇପଦ ବିଶିଷ୍ଟ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌କୁ ବାଇନୋମିଆଲ୍ କୁହାଯାଏ । ପଲିନୋମିଆଲ୍ ରେ ଥିବା ସମସ୍ତ ପଦମାନଙ୍କର ଥିବା ଉଚ୍ଚତମ ଘାତକୁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଘାତ କୁହାଯାଏ ।

- ସମୀକରଣର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱ, ଏକ ନିକିତିର ଦୁଇ ପଲା ସଦୃଶ ।

ରୈଖିୟ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ଚାରିଗୋଟି ପ୍ରଣାଳୀ ବା ପଦ୍ଧତି ଯଥା : ପରୀକ୍ଷଣ, ଯୋଗ ଓ

ବିୟୋଗର ଉପଯୋଗୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଯଥାକ୍ରମେ ଯୋଗ ଓ ବିୟୋଗ ପକ୍ଷାନ୍ତରୀଣ ଏବଂ ବଜ୍ର ଗୁଣନ ଦ୍ୱାରା ସଂପୂର୍ଣ୍ଣ ହୋଇପାରେ ।

୯.୮ ନିଜ ଅଗ୍ରଗତି ଆକଳନ ପାଇଁ ଆଦର୍ଶ ଉତ୍ତର :

E.1. $p + q$, $2p - q$, $3p + 2q - 1$ କିମ୍ବା ଯେକୌଣସି ଏ ପ୍ରକାରର ତିନୋଟି ପରିପ୍ରକାଶ

E.2. (i) $(5xy + 3$ (ii) $ab - (a+b)$

E.3. ଚଳରାଶି = y ଏବଂ z , ସ୍ଥିରାଙ୍କ 2,3,5

E.4. (i) - 1 (ii) $2y$ (iii) $2/3\ xy$

E.5 $\left(2p, \frac{p}{3}\right)$, $(-3pq, 5pq)$, $\left(\frac{1}{2}pqr, 3pqr\right)$

E.6. (i) xy ର ସହଜ = 5 ଏବଂ 5ର ସହଜ = xy ଇତ୍ୟାଦି

(ii) 3ର ସହଜ = - abc ଏବଂ abc ର ସଜଗ = - 3 ଇତ୍ୟାଦି

E.7. (i) ପଦ = 3xy, 5y; $3xy$ ର ଗୁଣନୀୟକ = 3, x,y; $5y$ ର ଗୁଣନୀୟକ 5,y

(ii) ପଦ = ab, $2a$ ଏବଂ $3y$

E.8. $4x^2 - 4xy - 6y^2$

E.9. $- m + 6n + 6$

E.10. $2a^2 + 7ab+3a-5b-5$

E11. (a) $bx^2 +5x-6$ (b) p^3-q^3

E.12. $3a^2 + 4a + 5$

E.13. (i) $x = 4$ (ii) $y = 7$ (iii) $x = 18$

E.14. (i) $t = 3$ (ii) $p = 3$

E.15. (i) $x - 2$ (ii) $x = 11$

E.16. 25 ଏବଂ 39

E.17. (a) ଧୋନି = 33, ସଚିନ =66 ରନ୍

(b) 25 (c) 20,40, 80

E.18. $x = 11$

୯.୯ ଅତିରିକ୍ତ ଅଧ୍ୟୟନ ପାଇଁ ପୁସ୍ତକ ସୂଚୀ

Bansal, R.K. (2007). *Middle school mathematics*. New Delhi: Selina Publication.

NCTM (1999). *Activities for Junior High School and Middle School Mathematics*,

ଟିପ୍ପଣୀ

Vol.2, The National Council of Teachers of Mathematics(NCTM), INC, USA.
Teaching of Maths at Upper Primary Level, Vol.- II Published by DEP-SSA, IGNOU,
New Delhi
Text Book of Cl- VI, Vii and VIII published by NCERT, New Delhi.

୯.୧୦ ପାଠାନ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

1. ନିମ୍ନଲିଖିତ କଥନ ଗୁଡ଼ିକ ପାଇଁ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ଲେଖ ।
   (i) p ଓ q ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟିର ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ
   (ii) p ଓ q ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟିକୁ ଉକ୍ତ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟରଗୁଡ଼ିକୁ ଗୁଣଫଳରୁ ବିୟୋଗ
   (iii) x ଓ y ର ଗୁଣଫଳର 2 ଗୁଣରେ 8 ର ଯୋଗ
2. (i) $-5xyz$ ରେ m^2 ର ସହଜ ସ୍ଥିର କର ।
   (ii) $2\ m^2n^2$ ରେ m^2 ର ସହଜ ସ୍ଥିର କର ।
   (iii) $-9\ pq^2$ ରେ 9 ର ସହଜ ସ୍ଥିର କର ।
3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଗୁଡ଼ିକରେ ସାଂଖ୍ୟକ ସହଜ ସ୍ଥିର କର ।
   i) $-t$ (ii) $\frac{2}{3}pq$ (iii) $-8\ x2y2$
4. ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ ଗୋଟିଏ ଲେଖାଁଏ ଉଦାହରଣ ଦିଅ ।
   (i) ମନୋମିଆଲ ।
   (ii) ବାଇନୋମିଆଲ
   (iii) ଟ୍ରାଇମୋନିଆଲ୍
5. ସଦୃଶ ପଦ ଗୁଡ଼ିକୁ ଅଲଗା କରିଲେଖ ।
   (i) ab^2, $-4ab$, $2a^2b$, ab, $-3ab^2$, $2/3\ ab$
   $-5a^2b$, a^2b^2
   (ii) $2x.\ -5xy,\ -x,\ xy/2,\ 3y$
6. ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କର ।
   (i) $a+b-5$, $b-a+3$ ଏବଂ $a-b+6$
   (ii) $4x+3y-7xy$;$3xy-2x$ ଏବଂ $2xy-y$
   (iii) m^2-n^2-1, n^2-1-m^2 ଏବଂ $1-m^2-n^2$
7. ବିୟୋଗ ଫଳ ସ୍ଥିର କର ।
   (i) $y(3-x)$ $x(y-3)$
   (ii) $(5m-10)$ ରୁ $m^2+10m-5$
   (iii) $2ab-3a^2-3b^2$ ରୁ $5a^2-7ab+5b^2$
8. ନିମ୍ନ ପରିପ୍ରକାଶ ଗୁଡ଼ିକୁ ସରଳ କର ।
   (i) $10x^2-8x+5-5x-4x^2-6m-10$
   (ii) $20mn-10n-17m-12n+14m+2$

9. ଗୁଣନ କର :

(i) $(a - b) \times (a^2 + ab + b^2)$

(ii) $(p + q - 5) \times (p - q)$

10. ଭାଗ କର :

(i) $(8m^2 + 4m - 60)$ କୁ $(2m - 5)$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

(ii) $(6a^2b^2 - 7abc - 3b^2)$ କୁ $(3ab + c)$ ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କର ।

11. ନିମ୍ନ ସମୀକରଣ ଗୁଡିକୁ ସମାଧାନ କର ।

(i) $2y - 5 = 9$ (ii) $3/5 + x = 13/5$

(iii) $\frac{z}{3} + \frac{z}{5} = 40$ (iv) $\frac{8x}{6+3x} = \frac{-4}{3}$

12. ନିମ୍ନ ଗାଣିତିକ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ କର ।

(i) ଗୋଟିଏ ଅୟତ ଚିତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଠାରୁ 5 ମିଟର ବୃହତ୍ତର । ଆୟତ ଚିତ୍ରର ପରିସୀମା 70 ମିଟର ହେଲେ ଏହାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସ୍ଥିର କର ।

(ii) ଗୋଟିଏ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ଭୂମି ସଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସମାନ । ଶୀର୍ଷ କୋଣର ପରିମାଣ ଏହାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭୂମି ସଂଲଗ୍ନ କୋଣ ଦ୍ୱୟ ଠାରୁ 15^0 ଅଧିକ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର କୋଣ ଦ୍ୱୟର ପରିମାଣ ସ୍ଥିର କର ।