
প্রাথমিক শিক্ষাৰ ডিপ্লমা পাঠ্যসূচী (ডি এল এড)

পাঠ্যসূচী-৫০৪

খণ্ড - ২

ৰাষ্ট্ৰীয় মুক্ত বিদ্যালয় অনুষ্ঠান

A-২৪/২৫, আনুষ্ঠানিক ক্ষেত্ৰ, চেপ্টেম্বৰ-৬২, নয়ডা

গৌতমবুদ্ধ নগৰ, উত্তৰ প্ৰদেশ - ২০১৩০৯

বেৰচাইট : ডব্লিউ ডব্লিউ ডব্লিউ. এন আই, ও, এচ. এচি. ইন



অধ্যায় ৮ : তথ্যৰ ব্যৱহাৰ

পাঠবিন্যাস :

- ৮.০ অৱতাৰণা
- ৮.১ শিকনৰ উদ্দেশ্যাবলী
- ৮.২ তথ্য সংগ্ৰহ আৰু উপস্থাপন
 - ৮.২.১ তথ্য সংগ্ৰহ
 - ৮.২.২ তথ্যৰ তালিকাৰ সহায়ত উপস্থাপন
- ৮.৩ চিত্ৰৰ সহায়ত তথ্যৰ উপস্থাপন
 - ৮.৩.১ চিত্ৰ
 - ৮.৩.২ দণ্ডচিত্ৰ
 - ৮.৩.৩ হিষ্টোগ্ৰাম বা স্তম্ভলেখ
 - ৮.৩.৪ পাইচিত্ৰ
- ৮.৪ তথ্যৰ বিশ্লেষণ
 - ৮.৪.১ কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ
 - ৮.৪.১.১ গাণিতিক মাধ্য
 - ৮.৪.১.২ মধ্যমা
 - ৮.৪.১.৩ বহুলক
 - ৮.৪.২ বিচ্যুতি বা বিচ্ছৰণৰ মাপ
- ৮.৫ সামৰণি মাৰো আঁহা
- ৮.৬ অগ্ৰগতিৰ খতিয়ানৰ প্ৰশ্নোত্তৰ
- ৮.৭ পৰিপূৰক অধ্যয়নৰ পৰামৰ্শ আৰু প্ৰসংগ গ্ৰন্থ
- ৮.৮ পাঠ সামৰণিৰ অনুশীলনী

তথ্যৰ ব্যৱহাৰ

8.0 অৱতাৰণা :

উন্নয়নমূলক কাম-কাজত ভূমি, ৰাজহ, কৃষিজ উৎপাদন, মানৱসম্পদ আদি বিভিন্ন বিষয়ৰ তথ্য নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ অন্তৰালত সংগ্ৰহ কৰা হয় আৰু এই তথ্য বিভিন্ন স্তৰত লিপিবদ্ধ কৰি ৰখা হয়। বাস্তৱিক জীৱনতো সংখ্যা, ৰাশি, নামৰ সৈতে জড়িত বিভিন্ন সংখ্যাৰ তথ্য সংগ্ৰহ কৰা হয় আৰু ব্যৱহৃত হয়। তথ্য সংগ্ৰহ, তাৰ বিন্যাস আৰু এই তথ্যৰ পৰা সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰা আৰু বিভিন্ন সমস্যাৰ সমাধানত এইবোৰ ব্যৱহাৰ কৰা আদি বিদ্যালয়ৰ শিক্ষাকে ধৰি সকলো উন্নয়নমূলক কাম-কাজৰ পৰিচালনাৰ নিত্যনৈমিত্তিক বিশেষত্ব। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীকো কোনো কোনো কামত প্ৰায়েই লগোৱা হয় যিবিলাকত তথ্যৰ ব্যৱহাৰৰ মৌলিক কৌশলৰ বা জ্ঞানৰ প্ৰয়োজন হয়। তেওঁলোকে নিজৰ খেল-খেমালি আৰু কাম-কাজৰ যোগেদি প্ৰায়েই তথ্যৰ উদ্ভৱ কৰে। সেয়েহে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক আমি তথ্যৰ ব্যৱহাৰত সহায় হোৱাকৈ কিছুমান কৌশলৰ জ্ঞান দি সহায় কৰিব লাগে।

এই পাঠত প্ৰাথমিক শ্ৰেণীবিলাকত প্ৰয়োজন হোৱা তথ্যৰ ব্যৱহাৰৰ সৈতে জড়িত মৌলিক ধাৰণাবোৰ দিয়া হ'ব।

এই পাঠৰ বাবে প্ৰায় 7 পঠন-ঘণ্টাৰ প্ৰয়োজন হ'ব।

8.1 শিকনৰ উদ্দেশ্যৰলী :

এই পাঠৰ পৰা তোমালোকে তলৰ কামখিনিৰ বাবে সামৰ্থ লাভ কৰিবা :

- কেনেকৈ তথ্য সংগ্ৰহ আৰু শ্ৰেণীবিভক্ত কৰা হয় বৰ্ণনা কৰা,
- তালিকা আৰু লেখৰ সহায়ত তথ্যৰ উপস্থাপন,
- চিত্ৰৰ লেখ, দণ্ডলেখ, স্তম্ভলেখ আৰু পাইচিত্ৰ আদিৰ দৰে তথ্যৰ বিভিন্ন লেখ তৈয়াৰ কৰা,
- তথ্যৰ উপস্থাপনৰ পৰা সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰা।

8.2 তথ্য সংগ্ৰহ আৰু উপস্থাপন :

দৈনন্দিন জীৱনৰ বিভিন্ন প্ৰয়োজনীয়তা পূৰণৰ বাবে আমি কিছুমান তথ্য সংগ্ৰহ কৰিব লগা হয়। মাহিলি বেতন পোৱাৰ লগে লগে মাহিলি খৰছৰ এক আঁচনি তৈয়াৰ কৰিবলগীয়া হয়। দৈনিক

প্ৰয়োজনীয় সামগ্ৰী, বিদ্যুতৰ বিল পৰিশোধ, পোচাক আদি কিনা, ল'ৰা-ছোৱালীৰ পঢ়াৰ খৰছ, ঔষধ-পাতিৰ খৰছ আৰু ভ্ৰমণৰ খৰছ আদি খৰছৰ শিতানৰ তালিকা এখন তৈয়াৰ কৰা হয়। যোৱা কেইটামান মাহত হোৱা খৰছৰ পৰা চাই লৈ কোনটো শিতানত কিমান খৰছ হ'ব তাক ধাৰ্য কৰা হয়। চমুকৈ ক'লে এনে কাৰ্যত বৰ্তমানৰ মাহিলি খৰছৰ পৰিমাণ ধাৰ্য কৰিবলৈ যোৱা কেইমাহমানত এই শিতানবিলাকত হোৱা খৰছৰ তথ্য সংগ্ৰহ কৰিব লগা হয়।

কাৰ্য-1

স্কুলত দৈনিক আৰু বাৰ্ষিক হিচাপত সংগ্ৰহ কৰিবলগীয়া তথ্যসমূহৰ এখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

এজন শিক্ষক হিচাপে তুমি প্ৰতি শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-সংখ্যা (কোনো এক শৈক্ষিক বছৰত) প্ৰতি শ্ৰেণীত ছাত্ৰ আৰু ছাত্ৰীৰ সংখ্যা, SC আৰু ST ছাত্ৰ-সংখ্যা, প্ৰতিদিনে উপস্থিত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা, এমাহত কৰ্মদিনৰ সংখ্যা, বেতন দিওঁতে হোৱা মুঠ মাহিলি খৰছ আদি তথ্য দৈনিক, সাপ্তাহিক, মাহিলি, তিনিমাহিলি আৰু বাৰ্ষিক হিচাপত সংগ্ৰহ কৰিব লগা হৈছে। এই সকলো তথ্য সংখ্যাত প্ৰকাশ কৰা হয়। কোনো বিষয়ৰ জানিব লগা কথাৰ সাংখ্যিক ৰূপেই হ'ল তথ্য। অৰ্থাৎ কোনো প্ৰয়োজনীয় বিষয়ৰ জানিবলগা কথাৰ সাংখ্যিক সংগ্ৰহেই হৈছে তথ্য।

বিভিন্ন সূত্ৰৰ পৰা প্ৰত্যক্ষ আৰু পৰোক্ষভাৱে তথ্য সংগ্ৰহ কৰিব পাৰি। পাছলৈ ব্যৱহাৰৰ সুচল হোৱাকৈ তথ্যবিলাকক সুসংগঠিত ৰূপত লিপিবদ্ধ কৰিব লাগে। তথ্যৰ সংগ্ৰহ, তালিকাৰণ আৰু চিত্ৰৰ সহায়ত কেনেকৈ প্ৰকাশ কৰা হয় এইবোৰৰ বিষয়ে জনাটো উচিত। তথ্যৰ সংগ্ৰহ, লিপিবদ্ধকৰণ আৰু উপস্থাপনে আমাৰ অভিজ্ঞতা সুসংগঠিত কৰা আৰু তাৰ পৰা সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰাত আমাক সহায় কৰে।

8.2.1 তথ্য সংগ্ৰহ :

কোনো এটা বিষয় সম্বন্ধিত সিদ্ধান্ত গ্ৰহণৰ উদ্দেশ্যে পদ্ধতিগতভাৱে সংগ্ৰহ কৰা খবৰবোৰেই তথ্য। আমি এতিয়া তথ্যৰ উৎসবোৰ আলোচনা কৰো। তলৰ উদাহৰণকেইটা বিবেচনা কৰা হওক :

উদাহৰণ 1 : সপ্তম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীখিনিয়ে পিকনিক খাবলৈ মনস্থ কৰিলে। শ্ৰেণী শিক্ষকে আপেল, কমলা, কল আৰু মধুৰিৰ ভিতৰত কোনে কি খাব মতামত বিচাৰিলে। শিক্ষকজনে সেইমতে প্ৰত্যেককে সুধি লৈ ঠিক কৰিলে কাক কোনটো ফল বিলাব লাগিব।

এই ক্ষেত্ৰত শিক্ষকে মূল উৎস অৰ্থাৎ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ পৰা প্ৰত্যক্ষভাৱে তথ্য সংগ্ৰহ কৰিলে। এইটো হ'ল প্ৰাথমিক উৎসৰ পৰা তথ্য সংগ্ৰহ কৰাৰ এটা নিদৰ্শন। প্ৰাথমিক উৎসক মূল উৎসও বোলে।

উদাহৰণ 2 : এখন নগৰ বা গাঁৱৰ অধিবাসীসকলৰ কোন কি উপাৰ্জনশ্ৰেণীৰ অন্তৰ্ভুক্ত সেই তথ্য ধৰা হ'ল জানিব লগা হ'ল। এই ক্ষেত্ৰত উপাৰ্জন-শ্ৰেণীবিলাকৰ তথ্যৰ উৎস হ'ব নগৰসমিতি বা পঞ্চায়তত সংৰক্ষিত তথ্যপাতি। এই বিলাক কিন্তু প্ৰত্যক্ষ উৎসৰ তথ্য নহয়। এনেদৰে বিভিন্ন উদ্দেশ্যত পূৰ্বতে সংগৃহীত তথ্য থকা কাগজ-পত্ৰ বা নথি-পত্ৰৰ পৰা তথ্য সংগ্ৰহ কৰিলে তাৰ উৎসক দ্বিতীয় শ্ৰেণীৰ বা গৌণ উৎস বোলা হয়।

বিভিন্ন উৎসৰ পৰা সংগৃহীত তথ্যৰ যদি বিন্যাস কৰা নহয় অৰ্থাৎ সজাই লোৱা নহয় তেন্তে তেনে তথ্যক অবিন্যস্ত তথ্য (raw data) বোলে।

উদাহৰণ-3 : এটা টেষ্ট-শৃংখলাৰ বিভিন্ন ইনিংচত তেণ্ডুলকাৰে কৰা ৰাণসংখ্যাবোৰ হ'ল 16, 56, 25, 8, 3, 33, 23 আৰু 107।

এনেদৰে লিখা থাকিলে তথ্যবোৰ অবিন্যস্ত আকাৰত থকা বুজায়। এক বিশেষ পদ্ধতিৰে তথ্যসমূহক শ্ৰেণীভুক্ত কৰা কাৰ্যক তথ্যৰ বিভাজন বোলে। নম্বৰ, বয়স, উচ্চতা, আয় আদিৰ তথ্য বুজোৱা সংখ্যাবোৰক মান (Score) বোলে। অবিন্যস্ত তথ্য সংগ্ৰহ কৰাৰ পাছত বিন্যাস কৰিব লাগে।

8.2.2 তথ্যৰ তালিকাকৰণ :

সংগৃহীত তথ্যৰ মানবোৰ কম হ'লে সেইবিলাকক আমি উৰ্দ্ধক্রম বা অধঃক্রমত সজাই লওঁ। এনে কৰিলে তথ্য শ্ৰেণীবদ্ধ বা শৃংখলিত হয়।

উদাহৰণ 4 : মুঠ 25 নম্বৰৰ এটা গোট পৰীক্ষাত 12 জন ছাত্ৰই পোৱা নম্বৰবোৰ হ'ল 16, 7, 23, 10, 18, 9, 21, 20, 12, 17, 16 আৰু 21। এই তথ্য অবিন্যস্ত। উৰ্দ্ধক্রমত এই তথ্যৰ শৃংখলিত ৰূপ হ'ব— 7, 9, 10, 12, 16, 16, 17, 18, 20, 21, 21, 23।

কাৰ্য-2

- (1) উদাহৰণ-4ত দিয়া তথ্যক অধঃক্রমত সজোৱা।
- (2) তলৰ তথ্য উৰ্দ্ধক্রম আৰু অধঃক্রমত সজোৱা :
88, 25, 16, 43, 7, 70, 16, 34, 61, 52, 97

বিশেষ দ্ৰষ্টব্য : সমান মানবোৰক একেলগে ৰাখিব লাগে।

উৰ্দ্ধ বা অধঃক্রমত সজালে তথ্যৰ অত্যাধিক মানৰ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰাত অসুবিধাৰ সৃষ্টি হয়। সেয়েহে তথ্যৰ মানৰ সংখ্যা অধিক হ'লে এনে ধৰণেৰে বিন্যাস কৰিব লগা হয় যাতে বিভাজনটো স্পষ্ট হয় আৰু সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰাত সহায়ক হয়। তলৰ উদাহৰণটো চোৱা যাওক।

উদাহৰণ-5 : ৰেশমাই তেওঁৰ শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ জোতাৰ আকাৰবোৰ সংগ্ৰহ কৰিলে। সেইবোৰ তলত দিয়া হ'ল—

5	4	7	5	6	7	6	5	6	6
4	5	6	8	7	4	6	5	6	4
5	7	6	7	5	6	6	4	8	7

ৰেশমাই এই তথ্যৰ বাবে দাগচিহ্নৰ সহায়ত তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰিলে :

তালিকা 8.1

জোতাৰ আকাৰ	দাগচিহ্ন	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা (f)
4		5
5		7
6		10
7		6
8		2

মুঠ (N) : 30

এই তালিকাৰ পৰা সিদ্ধান্ত গ্ৰহণত অধিক সুবিধাজনক হ'ব।

জানানে?

— তথ্যৰ মানৰ প্ৰতি পুনৰাবৃত্তিৰ বাবে একোডালকৈ দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰা হয়। গণনাৰ সুবিধাৰ বাবে তথ্যৰ 5 টা মানৰ পুনৰাবৃত্তি বুজাবলৈ চাৰিডাল দাগচিহ্ন দি তাক আন এডালেৰে ওপৰৰ তালিকাত দেখুওৱাৰ দৰে কাটি দিয়া হয়।

— এটা বিশেষ মান বা এটা বিশেষ মানৰ সমষ্টি (দল)ৰ পুনৰাবৃত্তিৰ সংখ্যাক সেই বিশেষ মান বা মানৰ সমষ্টিৰ বাৰংবাৰতা (f) বোলা হয়।

ওপৰৰ তালিকাত তথ্যৰ বিভাজনটো অশ্ৰেণীভুক্ত বা অবৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ এটা উদাহৰণ।

কাৰ্য-2 :

তলৰ তথ্য সংগ্ৰহ কৰি একোখনকৈ বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা :

(a) এটা শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বয়স।

(b) এটা শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ উচ্চতা।

এতিয়া আমি অবিন্যস্ত তথ্যৰ মানবোৰক বেলেগ ধৰণেৰে সজোৱা লক্ষ্য কৰিম।

উদাহৰণ 6 : গণিতৰ পৰীক্ষাত ষষ্ঠ শ্ৰেণীৰ 40 জন ছাত্ৰই পোৱা নম্বৰসমূহ তলত দিয়া হ'ল :
8, 48, 55, 52, 78, 42, 93, 85, 7, 37, 94, 66, 72, 73, 66, 91, 52, 78, 85, 9, 68,
81, 64, 60, 75, 84, 78, 10, 63, 21, 14, 30, 19, 25, 93, 33, 15, 29, 25, 13।

উৰ্দ্ধক্রমত সজালে এই মানবোৰ হ'ব :

7, 8, 9, 10, 13, 14, 15, 19, 21, 25, 25, 29, 30, 33, 37, 42, 48, 52, 52, 55, 60,
63, 64, 66, 66, 68, 72, 73, 75, 78, 78, 78, 81, 84, 85, 85, 91, 93, 93, 94।

ওপৰৰ তথ্যবিন্যাসৰ পৰা বা এই তথ্যৰ অবৰ্গীকৃত বিভাজনৰ পৰা আমাৰ বিশেষ একো সহায়

নহ'ব।

সেয়েহে এই তথ্যৰ বিন্যাস বেলেগ ধৰণেৰে কৰি চাব লাগিব। তথ্যৰ মানসমূহক এটা এটাকৈ বাৰংবাৰতাৰ সৈতে প্ৰকাশ নকৰি আমি তথ্যৰ মানসমূহক কিছুমান শ্ৰেণী বা বৰ্গত ভাগ কৰি সেই শ্ৰেণী বা বৰ্গৰ ভিতৰৰ মানসমূহক একেলগে প্ৰকাশ কৰিম।

উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰা হ'ল 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18 আৰু 19 মানকেইটাক আমি 10 টাৰ এটা শ্ৰেণী বা বৰ্গত ল'ম যাক আমি সংক্ষেপে (10-19) শ্ৰেণী বা বৰ্গ বুলি ক'ম। (10-19)ক আমি এটা শ্ৰেণী অন্তৰাল (C.I) বুলি ক'ম। এই শ্ৰেণী অন্তৰালত আমি 10 টা মান অন্তৰ্ভুক্ত কৰিছো বাবে ইয়াৰ দৈৰ্ঘ 10 বুলি ক'ম। এই শ্ৰেণী অন্তৰালত কিমানটা মান থাকিব? স্পষ্টকৈ ইয়াৰ অন্তৰ্গত মানকেইটা হৈছে 10, 13, 14, 15 আৰু 19। গতিকে (10-19) শ্ৰেণী অন্তৰালৰ বাৰংবাৰতা হ'ল 5।

এনে এটা বৰ্গীকৃত বিন্যাসৰ পদ্ধতিটো তলত উল্লেখ কৰা হ'ল।

প্ৰদত্ত তথ্যৰ সৰ্বনিম্ন মানটো 7 আৰু সৰ্বোচ্চ মানটো 94।

$$\begin{aligned} \text{তথ্যৰ পৰিসৰ (Range)} &= \text{সৰ্বোচ্চ মান} - \text{সৰ্বনিম্ন মান} \\ &= 94 - 7 = 87 \end{aligned}$$

পৰিসৰে আমাক শ্ৰেণীবিভাগৰ সংখ্যা আৰু প্ৰতিশ্ৰেণীবিভাগৰ দৈৰ্ঘ নিৰ্ণয় কৰাত সহায় কৰে।
শ্ৰেণীদৈৰ্ঘ 10কৈ ধৰিলে, শ্ৰেণী অন্তৰালৰ সংখ্যা হ'ব 10

তালিকা 8.2

বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজন

শ্ৰেণী অন্তৰাল (C.I.)	দাগচিত্ৰ	বাৰংবাৰতা (f)
0-9		03
10-19		05
20-29		04
30-39		03
40-49		02
50-59		03
60-69		06
70-79		06
80-89		04
90-99		04

মুঠ (N) : 40

এই তালিকাৰ বিভাজন বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ উদাহৰণ। ইয়াত শ্ৰেণী অন্তৰালৰ দৈৰ্ঘ 10। ইয়াক যিকোনো এটা শ্ৰেণী অন্তৰালৰ পৰাও উলিয়াব পাৰি। আমি 60-69 অন্তৰালটোকে ধৰো।

এই অন্তৰালৰ উচ্চসীমা আৰু নিম্নসীমা ক্ৰমে 69 আৰু 60।

$$\therefore \text{শ্ৰেণী অন্তৰালৰ দৈৰ্ঘ} = (69 - 60) + 1 = 10$$

মন কৰিছা যে প্রতি শ্ৰেণী অন্তৰালৰ দৈৰ্ঘ একে।

কেতিয়াবা শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰ এনেদৰেও লোৱা হয় :

0-9ৰ ঠাইত 0-10

10-19ৰ ঠাইত 10-20

20-29ৰ ঠাইত 20-30

30-39ৰ ঠাইত 30-40 ইত্যাদি।

এনেকৈ ল'লে প্রতি শ্ৰেণী অন্তৰালৰ উচ্চসীমাৰ মানটো সেই শ্ৰেণী অন্তৰালত লোৱা নহয়, তাৰ পাছৰ অন্তৰালতহে লোৱা হয়। এই ক্ষেত্ৰত এটা শ্ৰেণীবিভাগৰ উচ্চসীমা আৰু নিম্নসীমাৰ বিয়োগফলেই শ্ৰেণীবিভাগটোৰ দৈৰ্ঘ হয়। যেনে— 30-40 শ্ৰেণীৰ দৈৰ্ঘ = 40-30 = 10।

কাৰ্য-3 :

তোমাৰ স্কুলৰ সপ্তম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ ওজন জোখা আৰু ওজনৰ এখন উপযুক্ত বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা।

8.3 তথ্যৰ চিত্ৰৰ সহায়ত উপস্থাপন :

চিত্ৰ সাধাৰণতে দৃষ্টিনান্দনিক হয় আৰু সহজে বোধগম্য হোৱাৰ উপৰিও লক্ষ্য কৰোতাজনৰ মনত অধিক স্থায়ী সাঁচ বহুৱাব পাৰে। সেয়েহে সাংখ্যিক তথ্য চিত্ৰ বা লেখৰ সহায়েৰে উপস্থাপন কৰাৰ ভালেমান পদ্ধতি উলিয়াই লোৱা হৈছে। এই অনুচ্ছেদত আমি চিত্ৰলেখ, দণ্ডলেখ, স্তম্ভলেখ আৰু পাইচিত্ৰ এই চাৰিটা পদ্ধতিৰ কথা আলোচনা কৰিম।

8.3.1 চিত্ৰলেখ :

সাংখ্যিক তথ্যক চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। এনে চিত্ৰই তাৎক্ষণিকভাৱে আমাৰ দৃষ্টিত প্ৰভাৱ পেলাব পাৰে। তলৰ সাংখ্যিক তথ্যখিনিক আমি চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰো আঁহা।






উদাহৰণ 7 : এখন স্কুলত বেলেগ বেলেগ শ্ৰেণীত পঢ়ি থকা ছাত্ৰীৰ সংখ্যা তলত দিয়া হ'ল :


তালিকা 8.3

স্কুলত পঢ়ি থকা ছাত্ৰীৰ সংখ্যা

শ্ৰেণী	I	II	III	IV	V
ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	25	20	30	10	15

ওপৰৰ তথ্যক তলত চিত্ৰৰ সহায়ত উপস্থাপন কৰা হ'ল :

Classes	No. of girl students
V	
IV	
III	
II	
I	

The figure  represents 5 girls






চিত্ৰ : 8.5 বিভিন্ন শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰীৰ সংখ্যাৰ চিত্ৰলেখ

চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিলে তথ্য বিভাজনে চাক্ষুণ্য প্ৰভাৱ পেলায়।

বিশেষ দ্ৰষ্টব্য :

- আলোচনী, বাতৰি-কাকত আদিত চিত্ৰলেখ প্ৰায়েই ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
- চিত্ৰলেখ অংকনত অধিক সময়ৰ আৱশ্যক হয়।

চিত্ৰলেখ অংকন :

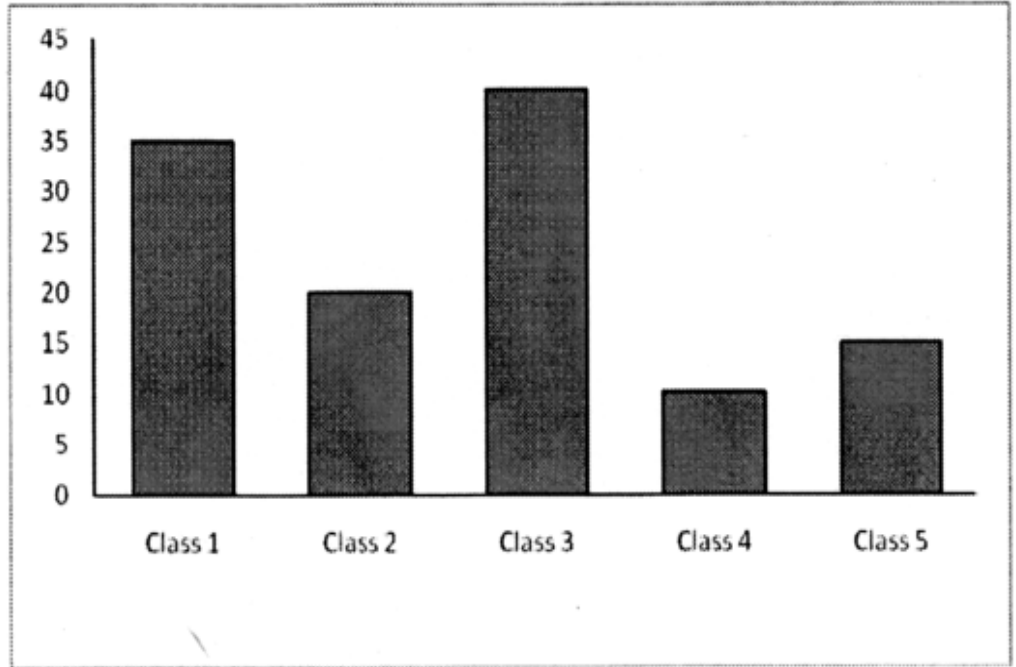
এটা বা ততোধিক সাংখ্যিক তথ্য বুজাবলৈ চিত্ৰলেখত ব্যৱহাৰ কৰা প্ৰতীক একোটা অংকনৰ সময়ত কেতিয়াবা অসুবিধাৰ সৃষ্টি হ'ব পাৰে। সেয়েহে ইয়াৰ বাবে সহজে আঁকিব পৰা প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰিব লাগে। উদাহৰণস্বৰূপে,  প্ৰতীকটোৱে 5 জন ছাত্ৰক বুজালে,  প্ৰতীকটোৱে 4 জন ছাত্ৰ বুজাব। সেইদৰে  য়ে 3 জন ছাত্ৰ,  য়ে 2 জন ছাত্ৰ আৰু  য়ে 1 জন ছাত্ৰক বুজাব।

কাৰ্য-4 :

- (a) বাতৰি-কাকত বা আলোচনীৰ পৰা 2 বা 3 টা চিত্ৰলেখ সংগ্ৰহ কৰি শ্ৰেণীত প্ৰদৰ্শন কৰা।
- (b) কোনো এটা দিনত বিভিন্ন শ্ৰেণীত অনুপস্থিত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যাৰ এটা চিত্ৰলেখ অংকন কৰা।

8.3.2 দণ্ডলেখ :

চিত্ৰলেখ অংকন কৰাটো কেতিয়াবা অসুবিধাজনক আৰু ই সময়-খৰছী। সাংখ্যিক তথ্যক আন এক দৃশ্য মাধ্যমত প্ৰকাশ কৰাৰ পদ্ধতি আলোচনা কৰা হ'ল। এই দৃশ্য মাধ্যমক দণ্ডলেখ বোলে। উদাহৰণ-7ত প্ৰদৰ্শিত তথ্যৰ দণ্ডচিত্ৰ তলত দেখুওৱা হ'ল :



চিত্ৰ : 8.6 স্কুলৰ বিভিন্ন শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰীৰ সংখ্যাৰ দণ্ডলেখ

ওপৰৰ লেখচিত্ৰটো ভালদৰে মন কৰা যাওক। আমি তলৰ পৰ্যবেক্ষণকেইটা পাম :

— একে প্ৰস্থৰ দণ্ডবিলাক উলম্বকৈ অঁকা হৈছে।

— দুডাল ওচৰা-উচৰি দণ্ডৰ মাজৰ ব্যৱধান সমান।

— প্ৰতিডাল দণ্ডৰ দৈৰ্ঘ্য (বা উচ্চতা)ই প্ৰদত্ত সাংখ্যিক তথ্য বুজাইছে। এই চিত্ৰটোৱেই হ'ল দণ্ডলেখ।

জানানে ?

— অক্ষৰ দিশৰ পৰিৱৰ্তন কৰি দণ্ডবিলাকক অনুভূমিক দিশতো অংকন কৰিব পাৰি।

— সকলো দণ্ডই একে ৰঙৰ বা একেদৰে চিহ্নিত।

দণ্ডলেখ অংকনৰ তাপবোৰ :

তাপ-1 : এডাল অনুভূমিক আৰু এডাল উলম্ব পৰস্পৰছেদী ৰেখা অংকন কৰা।

তাপ-2 : অনুভূমিক ৰেখাডালত প্ৰতিটো বিভাগৰ দণ্ড অংকন কৰিব পৰাকৈ দাগ দি লোৱা (সমান অন্তৰালত)।

তাপ-3 : উপযুক্ত স্কেল ব্যৱহাৰ কৰি উলম্ব ৰেখাডালত তথ্যৰ সাংখ্যিক মানবোৰ বহুৱাবলৈ দাগ দিয়া।

তাপ-4 : প্ৰতিটো বিভাগ প্ৰদৰ্শন কৰিবলৈ সমান প্ৰস্থৰ স্তম্ভ (বা দণ্ড) ব্যৱহাৰ কৰিবা।

তাপ-5 : একে বিষয়ৰ তথ্য বুজোৱা স্তম্ভবিলাকত একে ৰং দিয়া বা একেদৰে চিহ্নিত কৰা।

কাৰ্য-5

তলত এটা সপ্তাহত স্কুলত অনুপস্থিত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা দিয়া হ'ল। এই তথ্যৰ এটা দণ্ডলেখ অংকন কৰা।

বাৰ	দেওবাৰ	সোমবাৰ	মংগলবাৰ	বুধবাৰ	বৃহস্পতিবাৰ	শুক্ৰবাৰ	শনিবাৰ
অনুপস্থিত							
ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	25	7	16	11	9	18	20

একাধিক সংলগ্ন থকা দণ্ডলেখ (Multiple bar graph) :

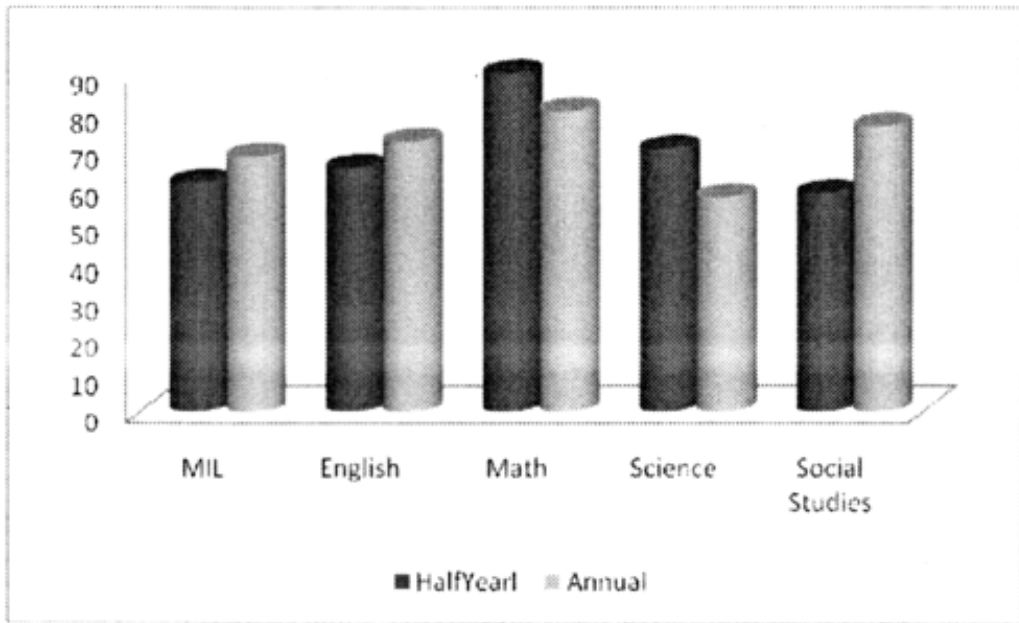
কেতিয়াবা তুলনাৰ বাবে একেটা বিভাগৰে দুটা বা ততোধিক সাংখ্যিক তথ্য পোৱা যায়। এজন ছাত্ৰৰ ছয়মাহিলি আৰু বাৰ্ষিক পৰীক্ষাৰ বিভিন্ন বিষয়ৰ নম্বৰ উল্লেখ থকা তলৰ উদাহৰণটো আলোচনা কৰা হওক। দুয়োটা পৰীক্ষাতে পোৱা একেটা বিষয়ৰে নম্বৰৰ মাজৰ তুলনাত্মক উপস্থাপন এই লেখৰ দ্বাৰা সম্ভৱ।

তালিকা 8.4

বিভিন্ন বিষয়ৰ নম্বৰ

বিষয় পৰীক্ষা	আধুনিক ভাৰতীয় ভাষা	ইংৰাজী	গণিত	বিজ্ঞান	সমাজবিজ্ঞান
ছয়মাহিলি	61	65	90	70	58
বাৰ্ষিক	68	72	80	57	76

দণ্ড লেখতেওঁত প্ৰতিটো বিষয়ৰ বাবে দুডালকৈ দণ্ড থাকিব। দুয়োটা পৰীক্ষাৰ পাৰ্থক্য দেখুৱাবলৈ প্ৰতি বিষয়ৰ দণ্ড দুডালত বেলেগ ৰং বা চিহ্ন দিব লাগিব।



চিত্ৰ : 8.7 ছয়মাহিলি আৰু বাৰ্ষিক পৰীক্ষাৰ নম্বৰ

বি.দ্র. এই লেখৰ বাবে লেখকাকতো ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি

8.3.3 হিষ্টোগ্ৰাম বা স্তম্ভলেখ :

অবিচ্ছিন্ন শ্ৰেণীবিভাগৰ (বা বৰ্গৰ) সৈতে থকা বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনত প্ৰদৰ্শিত তথ্যৰ ক্ষেত্ৰত দুডাল ওচৰা-উচৰি দণ্ডৰ মাজত ব্যৱধান ৰখাৰ আৱশ্যক নহয়। এনে লেখক স্তম্ভলেখ বোলা হয়। তলৰ উদাহৰণটো চোৱা যাওক।

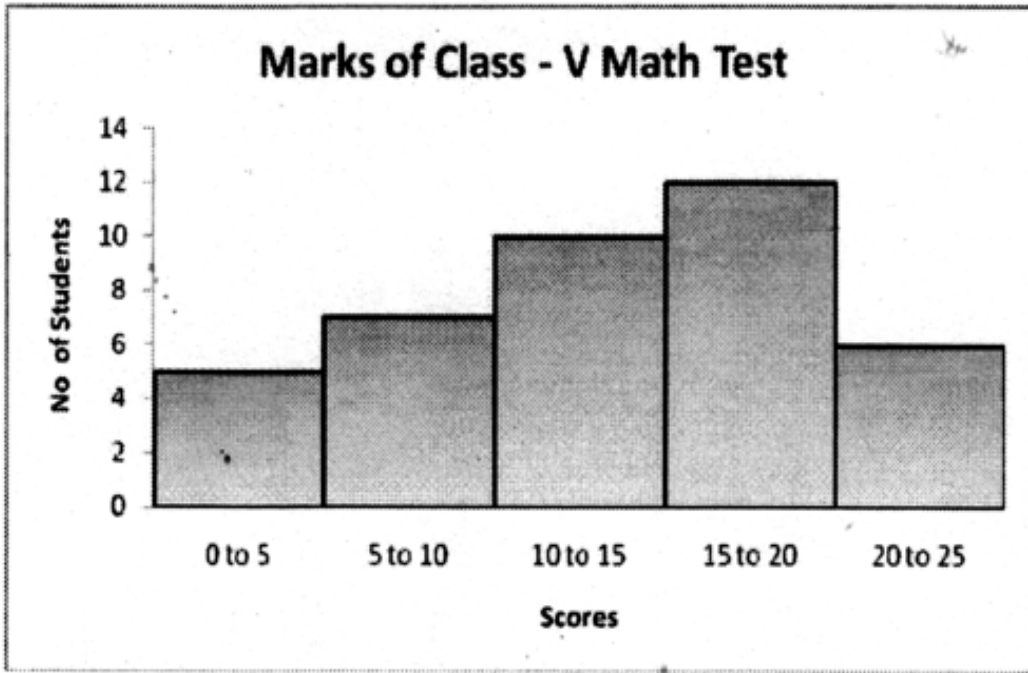
উদাহৰণ 9 : পঞ্চম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে গণিতৰ এটা গোট পৰীক্ষাত পোৱা নম্বৰৰ বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাৰ পৰা এটা স্তম্ভলেখ অংকন কৰিব লাগে।

তালিকা 8.5

পঞ্চম শ্ৰেণীৰ গণিতৰ পৰীক্ষাৰ নম্বৰ

নম্বৰৰ শ্ৰেণী অন্তৰাল	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25
ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	5	7	10	12	6

তলত স্তম্ভলেখটো দেখুওৱা হ'ল।



চিত্ৰ : 8.8

গণিতৰ পৰীক্ষাৰ নম্বৰৰ স্তম্ভলেখ

বিশেষ দ্ৰষ্টব্য : স্তম্ভলেখ লেখ-কাকততো অংকন কৰিব পাৰি।

8.3.4 পাই-চিত্ৰ :

অবগীকৃত তথ্যৰ প্ৰদৰ্শন আমি এটা পাইচিত্ৰৰ দ্বাৰাও কৰিব পাৰো। পাই-চিত্ৰত এটা বৃত্তৰ দ্বাৰা সমূহ তথ্যক বুজোৱা হয়। বেলেগ বেলেগ তথ্যক বেলেগ বেলেগ বৃত্তাংশৰে বুজোৱা হয়। প্ৰতিটো বৃত্তাংশৰ কেন্দ্ৰস্থ কোণৰ বাবে তলৰ সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰা হয় য'ত কেন্দ্ৰস্থ কোণৰ পৰিমাণ = θ , বিভাগটোৰ বাৰংবাৰতা = f আৰু বাৰংবাৰতাৰ সমষ্টি = N

$$\theta = \frac{f}{N} \times 360^\circ$$

উদাহৰণ 10 : তলৰ তালিকাৰ তথ্যৰ পৰা এটা পাই-চিত্ৰ অংকন কৰা হওক।

তালিকা 8.6

মিটালীৰ পৰিয়ালৰ মাহিলি খৰছ

খৰছৰ শিতান	খৰছ (শ টকাত)
ঘৰ ভাড়া	21
বিদ্যুৎ	03
শিক্ষা	36
পৰিবহন	06
খাদ্য	42
অন্যান্য	12
মুঠ	120

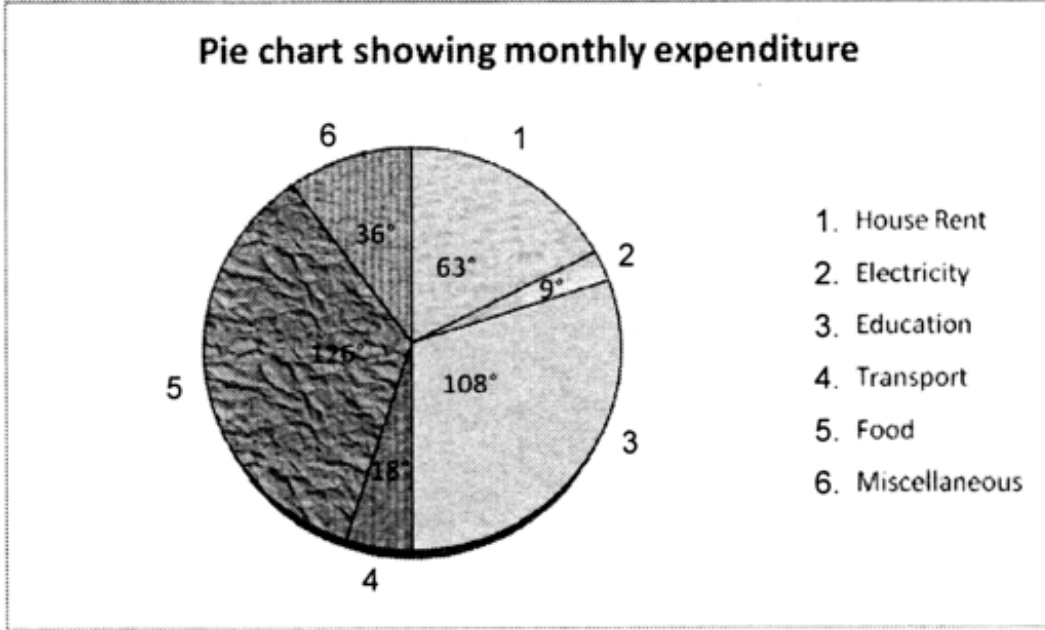
তলৰ তালিকাত প্ৰতি শিতানৰ বৃত্তাংশৰ কেন্দ্ৰস্থ কোণ উলিওৱা হ'ল।

তালিকা 8.7

মাহিলি খৰছ

খৰছৰ শিতান	খৰছ (শ টকাত)	কেন্দ্ৰস্থ কোণ θ
ঘৰ ভাড়া	21	$\frac{360^0}{120} \times 21 = 63^0$
বিদ্যুৎ	03	$\frac{360^0}{120} \times 03 = 9^0$
শিক্ষা	36	$\frac{360^0}{120} \times 36 = 108^0$
পৰিবহন	06	$\frac{360^0}{120} \times 06 = 18^0$
খাদ্য	42	$\frac{360^0}{120} \times 42 = 126^0$
অন্যান্য	12	$\frac{360^0}{120} \times 12 = 36^0$
মুঠ	120	360^0

তলত পাইচিত্ৰটো অংকন কৰা হ'ল :



চিত্ৰ 8.9 মাহিলি খৰছৰ পাই-চিত্ৰ

পাই-চিত্ৰ অংকনৰ টাপবোৰ :

টাপ-1 : প্ৰতিটো বৃত্তাংশৰ কেন্দ্ৰস্থ কোণটো নিৰ্ণয় কৰা

টাপ-2 : উপযুক্ত ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্ত আঁকা।

টাপ-3 : ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত বা বিপৰীত দিশত কেন্দ্ৰস্থ কোণবোৰৰ বাবে ব্যাসাৰ্ধ আঁকা।

টাপ-4 : বৃত্তাংশবোৰত বেলেগ বং বা বেলেগ চিহ্ন দিয়া।

তলৰ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

E1. পাঁচখন গাঁৱৰ মুঠ জন্তুৰ সংখ্যা তলত দিয়া হ'ল :

আঁহতগুৰি	চকলীয়া	বাম-পথাৰ	শিমলুতল	ন-গাঁও
80	100	60	120	50

(×) প্ৰতীকেৰে 10 টা জন্তু বুজোৱাকৈ ওপৰৰ তথ্যৰ এটা চিত্ৰলেখ অংকন কৰা।

E2. এসপ্তাহত এজন দোকানীয়ে বিক্ৰি কৰা কিতাপৰ সংখ্যা তলত দিয়া হ'ল।

বাৰ	দেও	সোম	মংগল	বুধ	বৃহস্পতি	শুক্র	শনি
কিতাপৰ সংখ্যা	60	40	35	50	25	70	30

উপযুক্ত স্কেল (মাপনী) লৈ ওপৰৰ তথ্যৰ এটা দণ্ডলেখ অংকন কৰা।

E3. এখন নগৰত থকা বেলেগ বেলেগ বয়স-শ্ৰেণীৰ মানুহৰ সংখ্যা তলত দিয়া হ'ল :

বয়সৰ শ্ৰেণী	1-15	15-30	30-45	45-60	60-75	75 বা অধিক
মানুহৰ সংখ্যা (শত)	24	30	42	36	18	12

ওপৰৰ তথ্য প্ৰদৰ্শন কৰাকৈ এটা স্তম্ভলেখ অংকন কৰা :

E4. কোনোবা এটা দিনত এখন স্কুলৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে বিভিন্ন যাতায়তৰ উপায়েৰে স্কুললৈ অহাৰ সংখ্যা তলত দিয়া হ'ল। এই তথ্যৰ এটা পাই-চিত্ৰ অংকন কৰা।

যাতায়তৰ উপায়	স্কুল-বাচ	চাইকেল	মটৰচাইকেল বা স্কুটাৰ	মটৰ গাড়ী	অন্যান্য
ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	160	80	60	20	40

8.4 তথ্যৰ বিশ্লেষণ :

আমি ইতিমধ্যে সংগৃহীত তথ্য কেনেকৈ লিপিবদ্ধ কৰা হয় আৰু চিত্ৰ আৰু লেখৰ সহায়ত এইবোৰ কেনেকৈ উপস্থাপন কৰা হয় শিকিব পাৰিলো। এই কাৰ্যৰ বাহিৰেও তথ্যৰ মানসমূহৰ বিভাজনৰ দিশ বা ধাৰা বুজিব পৰাকৈ আন কোনো প্ৰকাৰৰ তথ্যৰ বিশ্লেষণ থাকিব পাৰেনে?

অবগীকৃত বা বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতাৰ যিকোনো এটা বিভাজন ভালদৰে লক্ষ্য কৰিলে তোমালোকে বিভাজনৰ দুটা বৈশিষ্ট্য দেখা পাবা। সেইকেইটা হৈছে—

(i) তথ্যৰ মানবোৰ বিভাজনটোৰ মধ্যস্থানত অৱস্থিত মান এটাৰ সমীপৰ এটা বিশেষ মানৰ কাষত থুপ খাই থকা দেখা যায়। বিভাজনৰ এই বৈশিষ্ট্যটোক ইয়াৰ কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তি বোলা হয়। কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপটোৱে সমস্ত তথ্যক প্ৰতিনিধিত্ব কৰা এটা মধ্যমানক সূচায়।

(ii) তথ্য বিভাজনৰ প্ৰকৃতি অধ্যয়নৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ জনাটোৱেই যথেষ্ট নহয়। কেন্দ্ৰীয় মানটোৰ উপৰিও প্ৰতিটো মান কেন্দ্ৰীয় মানটোৰ চাৰিওফালে কি দৰে সিঁচৰিত হৈ আছে তাকো জনাৰ প্ৰয়োজন। তলৰ বিভাজন দুটা লক্ষ্য কৰা :

(a) 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16

(b) 5, 9, 10, 13, 19, 17, 18

ওপৰৰ দুয়োটা বিভাজনৰে মধ্য মানটো 13। (a)ৰ বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত মানবোৰ মধ্যমান 13ৰ অতি ওচৰে-পাজৰে গোট খাই আছে। কিন্তু (b)ৰ বিভাজনত মানবোৰ 13ৰ ইমান ওচৰে-পাজৰত গোট খাই থকা নাই। বিভাজন এটাৰ সম্পূৰ্ণ বিশ্লেষণৰ বাবে বিভাজনটোৰ মানবিলাক কিদৰে সিঁচৰিত হৈ আছে বা মধ্যমানৰ পৰা ইবিলাকৰ বিস্তৃতি কি তাক জনাটো যে আৱশ্যক তাৰ বাবে ওপৰৰ বিভাজন দুটা হ'ল সৰল উদাহৰণ। তথ্যৰ সিঁচৰিত হৈ থকা প্ৰকৃতিটোক বিচ্যুতি বুলি কোৱা হয়। তথ্যৰ বিচ্যুতিৰ এক মাপে মধ্যমানটোৰ চাৰিওফালে প্ৰতিটো স্বতন্ত্ৰমান কিমান নিকটৱৰ্তীভাৱে বিস্তৃত হৈ আছে তাকে বুজায়।

এই অনুচ্ছেদত আমি কেইটামান কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তি আৰু বিচ্যুতিৰ মাপ নিৰ্ণয়ৰ বিষয়ে আলোচনা

কৰিম।

8.4.1 কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ :

কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ হৈছে সমগ্ৰ বিভাজনটোক প্ৰতিনিধিত্ব কৰিব পৰা এক পাৰিসাংখ্যিক মাপ। কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তি কথাটোৰ আক্ষৰিক অৰ্থ হৈছে এনে এটা মান যাৰ কাষলৈ প্ৰতিটো স্বতন্ত্ৰমান ওচৰ চাপি যাবলৈ বিচাৰে। কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপৰ উদ্দেশ্য হ'ল তথ্যসমূহক খুউব ভালকৈ প্ৰতিনিধিত্ব কৰিব পৰা এটা প্ৰতীকি মান বিচাৰি উলিওৱা। এই অনুচ্ছেদত আমি তিনিবিধ মুখ্য কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। এইকেইটা হৈছে (i) গাণিতিক গড়, (ii) মধ্যমা আৰু (iii) বহুলক।

8.4.1.1 গাণিতিক গড় :

সাধাৰণতে ব্যৱহাৰ কৰা কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপটো হৈছে গাণিতিক গড় বা সহজভাৱে ক'লে গড়।

(a) অবৰ্গীকৃত তথ্যৰ গড় : কিছুমান প্ৰদত্ত মান $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ৰ গড়ৰ সংজ্ঞা হৈছে :

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x}{n} \quad [\sum \text{প্ৰতীকৰ অৰ্থ সমষ্টি}]$$

উদাহৰণ 11 : এদিনীয়া ক্ৰিকেট শৃংখলা এটাত ধোনীয়ে 33, 17, 60, 25 আৰু 45 ৰান
মানসমূহৰ সমষ্টি
গড় = $\frac{\text{কৰিলে} + \text{তেওঁৰ ৰানৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।}}{\text{মানৰ মুঠ সংখ্যা}}$

সমাধান : মুঠ ৰান = $33 + 17 + 60 + 25 + 45 = 180$

খেলৰ সংখ্যা = 5

$$\therefore \text{গড় ৰান} = \frac{\text{মুঠ ৰান}}{\text{খেলৰ সংখ্যা}} = \frac{180}{5} = 36$$

অৰ্থাৎ প্ৰতিখন খেলত তেওঁৰ গড় ৰাণ 36।

কাৰ্য 6 : (i) কোনো এক সপ্তাহৰ দৈনিক পঢ়া-শুনা কৰাৰ সময়ৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) এটা সপ্তাহৰ দৈনিক শোৱা সময়ৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।

(b) অবৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ গড় :

তলৰ উদাহৰণটো চোৱা যাওক।

উদাহৰণ 12 : ৰঞ্জিতৰ এমাহৰ দৈনিক বেতনৰ পৰিমাণ তলত দিয়া হ'ল। দৈনিক বেতনৰ গড়
নিৰ্ণয় কৰা।

দৈনিক বেতন (টকাত)	120	130	140	145	150
দিনৰ সংখ্যা	5	4	7	6	8

সমাধান : ওপৰৰ তথ্য তলত তালিকাভুক্ত কৰা হ'ল।

তালিকা 8.8

এমাহৰ দৈনিক বেতন

দৈনিক বেতন (টকাত) x	দিনৰ সংখ্যা f	fx
120	5	600
130	4	520
140	7	980
145	6	870
150	8	1200
মুঠ	$\sum f = 30$	$\sum fx = 4170$

$$\text{গতিকে গড়} = \frac{\text{বেতনৰ সমষ্টি}}{\text{দিনৰ সংখ্যা}} = \frac{\sum fx = 4170}{\sum f} = \frac{4170}{30} = 139$$

\therefore বঞ্জিতৰ গড় দৈনিক বেতন = 139.00 টকা।

কাৰ্য 7 : তলৰ নম্বৰৰ বিভাজনৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা :

প্ৰাপ্ত নম্বৰ	15	17	20	22	24	25
ছাত্ৰৰ সংখ্যা	3	5	9	4	7	2

(c) বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ গড় :

বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰতিটো শ্ৰেণী অন্তৰালক তাৰ মধ্যমানেৰে সলাই লোৱা হয়।

শ্ৰেণী অন্তৰালকৰ মধ্যমান য'ত I_1 আৰু I_2 হ'ল শ্ৰেণীটোৰ ক্ৰমে নিম্নসীমা আৰু উচ্চসীমা।

উদাহৰণ 13 : তলৰ বিভাজনৰ গড় উলিওৱা যাওক।

তালিকা 8.9

বর্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজন

শ্রেণী অন্তৰাল (C.I.)	বাৰংবাৰতা (f)	মধ্যমান (x)	fx
0-10	5	5	25
10-20	6	15	90
20-30	12	25	300
30-40	8	35	280
40-50	10	45	450
50-60	6	55	330
60-70	6	65	390
	$\sum f = 50$		$\sum fx = 1865$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় গড়} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1865}{50} = 37.3$$

টোকা : শ্রেণীৰ ঠাইত মধ্যমান লোৱাত, বর্গীকৃত বিভাজন হৈ পৰিল অবর্গীকৃত বিভাজন আৰু মধ্যমান হ'ল প্ৰতিশ্রেণীৰ স্বতন্ত্ৰ মান।

কাৰ্য 8 : তলৰ বিভাজনৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা :

শ্রেণী অন্তৰাল	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
বাৰংবাৰতা	8	12	15	9	11	5

E5. প্ৰথম দহটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ গড় কিমান?

জানানে?

— অস্বাভাৱিকভাৱে চৰম মান নথকা স্বাভাৱিক বিভাজনৰ বাবে গড়েই হৈছে আটাইতকৈ নিৰ্ভৰযোগ্য কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ।

— তথ্যসমূহৰ প্ৰতি মানৰ আকাৰে গড়ক প্ৰভাৱিত কৰে। যদি এটা মানক C একেৰে বঢ়োৱা (বা কমোৱা) যায়, গড়টোও C এককত বাঢ়িব (বা কমিব)।

— গড় বিশিষ্ট কোনো এক তথ্যৰ সমূহৰ প্ৰতিটো মানকে 'C' একেৰে বঢ়ালে, নতুন তথ্যৰ সমূহটোৰ গড় হ'ব [সৰু এটা বিভাজন লৈ গড়ৰ এই ধৰ্মটোৰ সত্যাপন কৰি চাব পাৰা]। তথ্য সমূহ এটাৰ প্ৰতি মানক 'C' ধৰকৈ পূৰণ কৰিলে, নতুন সমূহটোৰ গড় কি হ'ব উলিয়াই চোৱা।

8.4.1.2 মধ্যমা :

উর্ধ্বক্রম বা অধঃক্রমত সজালে তথ্যৰ মান সমূহৰ মধ্যৱৰ্তী মানটোক মধ্যমা বোলা হয়। মধ্যমা বিভাজন এটাৰ এনে এটা মান যাৰ এফালে বিভাজনটোৰ আধামান আৰু আনফালে আন আধামান থাকে। অৰ্থাৎ মধ্যমাই বিভাজন এটাক দুটা সমান ভাগত ভাগ কৰে।

(a) অবৰ্গীকৃত তথ্যৰ মধ্যমা :

প্ৰদত্ত তথ্যৰাজিক উর্ধ্বক্রম বা অধঃক্রমত সজোৱাৰ পাছত সোঁমাজত থকা মানটোৱেই মধ্যমা হয়। পদ্ধতিটো হ'ল, তথ্যৰাজিক উর্ধ্বক্রম বা অধঃক্রমত সজোৱা। ধৰা হ'ল, মানবোৰৰ মুঠ সংখ্যা 'n'।

অৱস্থা (i) : 'n' যদি অযুগ্ম হয়, তেতিয়া মধ্যমা $= \frac{1}{2}(n+1)$ তম মান।

অৱস্থা (ii) : যেতিয়া 'n' যুগ্ম হয়, তেতিয়া সজোৱা তথ্যৰাজিক দুটা মধ্যমান পোৱা যায়।

$$\text{তেতিয়া মধ্যমা} = \frac{1}{2} \left[\frac{n}{2} \text{তম মান} + \left(\frac{n}{2} + 1 \right) \text{তম মান} \right]$$

তলৰ উদাহৰণকেইটা চোৱা যাওক।

উদাহৰণ 14 : এখন স্কুলৰ 10 জন শিক্ষকৰ বয়স (বছৰত) হৈছে 37, 34, 52, 45, 50, 41, 31, 40, 36 আৰু 55। তেওঁলোকৰ বয়সৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : বয়সবোৰ উর্ধ্বক্রমত সজাই পালো—

31, 34, 36, 37, 40, 41, 45, 50, 52 আৰু 55।

ইয়াত $n = 10$ যিটো যুগ্ম।

গতিকে বিভাজনৰ সোঁমাজৰ মান দুটা পোৱা গ'ল যি দুটা 40 আৰু 41

\therefore মধ্যমা = 40 আৰু 41ৰ গড়

$$= \frac{1}{2}(40 + 41) = \frac{1}{2} \times 81 = 40.5$$

গতিকে শিক্ষকসকলৰ বয়সৰ মধ্যমা হ'ল 40.5 বছৰ।

উদাহৰণ 15 : এখন এদিনীয়া ক্ৰিকেট খেলত ভাৰতীয় দলটোৱে কৰা বানবোৰ হ'ল 95, 40, 2, 55, 10, 38, 33, 22, 0, 18, 8। বানৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : অধঃক্রমত সজালে বানবোৰ হ'ব—

95, 55, 40, 38, 33, 22, 18, 10, 8, 2, 0।

ইয়াত $n = 11$ যিটো অযুগ্ম।

$$\begin{aligned} \therefore \text{মধ্যমা} &= \frac{1}{2}(11+1) \text{ তম স্থানৰ মান} \\ &= 6 \text{ সংখ্যক স্থানৰ মান} \\ &= 22। \end{aligned}$$

(b) অবৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ মধ্যমা :

অবৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ মধ্যমা নিৰ্ণয়ৰ চাপকেইটা হ'ল :

চাপ 1 : মানসমূহক উৰ্দ্ধক্রম বা অধঃক্রমত সজোৱা।

চাপ 2 : প্ৰথমটো বাৰংবাৰতা একে ৰাখি তাৰ পাছলৈ (প্ৰথম + দ্বিতীয়), (দ্বিতীয় + তৃতীয়) এইদৰে বাৰংবাৰতাবোৰ যোগ কৰি সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাৰ স্তম্ভটো পূৰ কৰা।

চাপ 3 : বাৰংবাৰতাবোৰৰ সমষ্টি N নিৰ্ণয় কৰা আৰু $\frac{N}{2}$ ৰ মান উলিওৱা।

চাপ 4 : N অযুগ্ম হ'লে মধ্যমা হ'ব $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ তম মানটো আৰু N যুগ্ম হ'লে মধ্যমা হ'ব $\frac{n}{2}$ তম আৰু $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ তম মান দুটাৰ গড়।

তলৰ উদাহৰণটো চোৱা যাওক।

উদাহৰণ 16 : তলৰ বিভাজনৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা :

প্ৰাপ্ত নম্বৰ	17	20	15	22	18	25
ছাত্ৰ-সংখ্যা (f)	5	8	6	7	10	3

সমাধান : ওপৰৰ তথ্যৰ পৰা সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা তালিকা তলত প্ৰস্তুত কৰা হ'ল :

তালিকা 8.10

সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা তালিকা

প্ৰাপ্ত নম্বৰ (x)	ছাত্ৰ-সংখ্যা (f)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
15	6	6
17	5	6 + 5 = 11
18	10	11 + 10 = 21
20	8	21 + 8 = 29
22	7	29 + 7 = 36
25	3	36 + 3 = 39

$$N = \sum f = 39$$

ইয়াত $N = 39$ যিটো অযুগ্ম।

\therefore মধ্যমাৰ অৱস্থান হ'ব $\frac{N+1}{2}$ তম স্থানৰ মান অৰ্থাৎ $\frac{39+1}{2} = 20$ তম বা 20তম স্থানৰ মান। সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতাৰ স্তম্ভত 20তম স্থানটো 11তম স্থানতকৈ ওপৰত কিন্তু 12তম স্থান আৰু 21তম স্থানৰ অন্তৰ্গত। 12তম আৰু 21তম স্থানে নিৰ্দেশ কৰা শাৰীটো হ'ল তৃতীয় য'ত x ৰ মান 18।

\therefore নিৰ্ণয় মধ্যমা = 18।

(c) বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ মধ্যমা :

তলত দিয়া সপ্তম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰই গণিতত পোৱা নম্বৰৰ তালিকাখন চোৱা যাওক।

তালিকা 8.11

বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ তালিকা

প্ৰাপ্ত নম্বৰৰ শ্ৰেণী-অন্তৰাল	ছাত্ৰ-সংখ্যা (f)	সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (cf)
30-39	1	1
40-49	3	4
50-59	8	12
60-69	15	27
70-79	10	37
80-89	9	46
90-99	4	50

$N = 50$

বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ মধ্যমা নিৰ্ণয়ত তলৰ সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰা হয় :

মধ্যমা

য'ত L_m = মধ্যমা শ্ৰেণীটোৰ প্ৰকৃত নিম্নসীমা

N = বাৰংবাৰতাৰ সমষ্টি

F = মধ্যমা শ্ৰেণীৰ তলৰ শ্ৰেণীকেইটাৰ বাৰংবাৰতাৰ সমষ্টি

(অৰ্থাৎ মধ্যমা শ্ৰেণীৰ আগৰ শ্ৰেণীৰ সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা)

F_m = মধ্যমা শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা

i = শ্ৰেণী অন্তৰালৰ দৈৰ্ঘ্য।

ওপৰৰ তালিকাত

$N = 50$ গতিকে মধ্যমাটো $\frac{50}{2} = 25$ তম আৰু $(25 + 1) = 26$ তম স্থানৰ মাজত থাকিব অৰ্থাৎ 60-69 শ্ৰেণী অন্তৰালত থাকিব। গতিকে মধ্যমা শ্ৰেণী হ'ল 60-69।

গতিকে, $L_m = 59.5$ [60-69 শ্ৰেণীৰ প্ৰকৃত নিম্নসীমা]

$$F = 12$$

$$F_m = 15$$

আৰু $i = 10$.

$$\therefore \text{মধ্যমা} = 59.5 + \frac{\left(\frac{50}{2}\right) - 12}{15} \times 10 = 59.5 + 8.67 = 68.17.$$

বৰ্ণীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ মধ্যমা নিৰ্ণয়ৰ চাপসমূহ :

1. সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা নিৰ্ণয় কৰা আৰু মধ্যমা থকা শ্ৰেণীটো বাচি লোৱা।
2. মধ্যমা শ্ৰেণীৰ প্ৰকৃত নিম্নসীমা লোৱা (L_m)।
3. L_m ৰ তলৰ শ্ৰেণীৰ অৰ্থাৎ মধ্যমা শ্ৰেণীৰ আগৰ শ্ৰেণীৰ সঞ্চয়ী বাৰংবাৰতা (F) লোৱা।
4. মধ্যমা শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা (F_m) আৰু শ্ৰেণী-অন্তৰালৰ দৈৰ্ঘ্য (i) লোৱা।
5. এই মানবোৰ সূত্ৰত বহুৱাই মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।

তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ সমাধান নিৰ্ণয় কৰা :

E6. প্ৰথম 8 টা অযুগ্ম সংখ্যাৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।

E7. তলৰ তথ্যৰ ওজনৰ মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা :

ওজন (কি.গ্ৰা.)	40	42	45	46	48	50	52
ছাত্ৰ-সংখ্যা	8	5	6	9	7	4	2

জানি থোৱা :

— তথ্যৰ মানসমূহক উৰ্দ্ধ বা অধঃক্ৰমত সজালে তাৰ একেবাৰে সোঁমাজৰ মানটোৱেই বিভাজনৰ মধ্যমা।

— মধ্যমাক স্থানৰ ভিত্তিত নিৰ্ণয় কৰা বাবে ই কোনো তথ্যৰ চৰমমানৰ দ্বাৰা প্ৰভাৱিত নহয়। চৰম স্থানত থকা মানক বঢ়ালে বা কমালে মধ্যমা সলনি নহয়।

— অতি সৰু বা অতি ডাঙৰ মান থাকিলে ই গড়ক প্ৰভাৱিত কৰে বাবে এনে ক্ষেত্ৰত মধ্যমাক আগস্থান দিয়া হয়।

— কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ ক্ষিপ্ৰ মাপৰ বাবে মধ্যমা উপযোগী।

8.4.1.3 বহুলক :

গড় আৰু মধ্যমাৰ উপৰিও আন এটা কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ আছে যাক বহুলক বুলি কোৱা হয়। তথ্যৰ বেলেগ বেলেগ প্ৰয়োজনীয়তাত ইয়াক ব্যৱহাৰ কৰা হয়। তলৰ উদাহৰণটো লোৱা যাওক :

উদাহৰণ 17 : এজন দোকানীয়ে এমাহৰ প্ৰয়োজন লিপিবদ্ধ কৰিবলৈ জোতাৰ বিভিন্ন জোখ বাছি লোৱাৰ বাবে আগৰ মাহৰ বিক্ৰীৰ পৰিমাণ তলৰ তালিকাৰ পৰা ল'লে :

জোতাৰ জোখৰ নম্বৰ	5	6	7	8	9	10	মুঠ
বিক্ৰী হোৱা জোতাৰ যোৰ	20	51	70	35	10	6	192

$$\text{বিক্ৰী হোৱা জোতাৰ যোৰৰ গড়} = \frac{\text{বিক্ৰী হোৱা মুঠ জোতা}}{\text{বিভিন্ন জোখৰ নম্বৰ}} = \frac{192}{6} = 32$$

এতিয়া অহা মাহৰ বাবে তেওঁ প্ৰতি জোখৰ 32 যোৰ জোতা অনা উচিতনে? এনে কৰিলে গ্ৰাহকৰ বৃহৎ দলটোক তেওঁ সন্তুষ্ট কৰিব পাৰিবনে?

ওপৰৰ তালিকা চাই তেওঁ 6,7 আৰু 8 নম্বৰ জোখৰ জোতা অধিকসংখ্যক অনা ঠিক কৰিলে। তালিকাত 7 নম্বৰৰ জোতা কিনা গ্ৰাহকৰ সংখ্যাই সৰ্বাধিক। মন কৰা যে দোকানীজনে আটাইতকৈ বেছি বিক্ৰী হোৱা জোতাৰ নম্বৰটো বাছি উলিয়ালে। এইটো তথ্যৰ আন এক প্ৰতিনিধিমূলক বাচনি। এই প্ৰতিনিধিমূলক তথ্য-মানটোক বহুলক বোলা হয়। গতিকে তথ্যৰ মানৰ যিটো খুপ সঘনে পোৱা যায় সি়েই বহুলক।

বহুলক : কোনো এক বিভাজনত বাৰে বাৰে সঘনকৈ ওলোৱা মানটোৱেই বিভাজনটোৰ বহুলক।

আৰু কেইটামান উদাহৰণ আলোচনা কৰা যাওক।

উদাহৰণ 18 : ভাৰতীয় ক্ৰিকেট খেলুৱৈৰ বয়সবোৰ তলত দিয়া হ'ল। বয়সৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা।

29, 38, 19, 24, 34, 29, 24, 38, 23, 28, 24, 25, 21, 26, 24।

সমাধান : বয়সৰ তথ্যক উৰ্দ্ধক্ৰমত সজাই পোৱা গ'ল :

19, 21, 23, 24, 24, 24, 24, 25, 26, 28, 29, 29, 34, 38, 38।

দেখা গৈছে ইয়াত 24 সংখ্যাটোৰ বাৰংবাৰতাই সৰ্বাধিক অৰ্থাৎ 24 সংখ্যাটো চাৰিবাৰ ওলাইছে।

∴ তথ্যৰ বহুলক হ'ল 24।

উদাহৰণ 19 : তলৰ তথ্যৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা :

প্ৰাপ্ত নম্বৰ	10	12	13	15	18	19	20
ছাত্ৰ-সংখ্যা	3	4	5	2	5	2	1

সমাধান :

সর্ববৃহৎ বাৰংবাৰতা থকা নম্বৰ দুটা হৈছে 13 আৰু 18। গতিকে তথ্যৰাজিৰ বহুলক 13 আৰু 18।

টোকা : এক বিভাজনৰ বহুলক একাধিক থাকিব পাৰে।

তথ্যৰ মানৰ সংখ্যা ডাঙৰ হ'লে, আমি অবগীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ তালিকা এখন প্ৰস্তুত কৰি তাৰ পৰা প্ৰথমে গড় আৰু মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰিম। পাছত বহুলকৰ বাবে তলৰ সূত্ৰটো প্ৰয়োগ কৰিম।

$$\text{বহুলক} = 3 \times \text{মধ্যমা} - 2 \times \text{গড়}।$$

জানি থোৱা :

— আটাইতকৈ বেছি প্ৰতিনিধিত্বমূলক অৱস্থাটো জানিবলৈ বহুলক ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

— বহুলকেই হৈছে আটাইতকৈ অস্থিৰ কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপ।

— বহুলকটো বিভাজন এটাৰ এটা মানহে, বাৰংবাৰতা নহয়।

8.4.2 বিচ্যুতি বা বিচ্ছৰণৰ মাপ :

বিচ্যুতি বা বিচ্ছৰণৰ দুই প্ৰকাৰৰ মাপ পোৱা যায়— দূৰত্বৰ জোখ আৰু গড় বিচ্যুতিৰ জোখ।

দূৰত্বৰ জোখ : তথ্যৰ যিকোনো নিৰ্বাচিত জোখৰ (মাপৰ) মাজৰ দূৰত্বৰ প্ৰসংগত তথ্যৰ বিচ্যুতিকে দূৰত্বৰ জোখ বোলে। এনে জোখৰ দুটা ভাগ— প্ৰসাৰ আৰু চতুৰ্থক বিচ্যুতিৰ বিষয়ে আমি আলোচনা কৰিম।

প্ৰসাৰ : গণনা আৰু বুজি পোৱা (বোধ)ৰ ফালৰ পৰা প্ৰসাৰেই হৈছে আটাইতকৈ সৰল বিচ্যুতিৰ মাপ। তথ্যৰ সর্ববৃহৎ আৰু সৰ্বনিম্ন মান দুটাৰ পাৰ্থক্যই হৈছে প্ৰসাৰ।

$$\text{উদাহৰণস্বৰূপে, } 2, 5, 6, 4, 12, 10, 9 \text{ আৰু } 8 \text{ তথ্যমানৰ প্ৰসাৰ} = 12 - 2 = 10।$$

$$\text{সেইদৰে, } -2, 0, 3, 7 \text{ আৰু } 9 \text{ৰ প্ৰসাৰ} = 9 - (-2) = 11।$$

এই প্ৰকাৰৰ প্ৰসাৰক বহিৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ বোলা হয়।

যদি সর্ববৃহৎ আৰু সৰ্বনিম্ন মান দুটাৰ ক্ৰমে প্ৰকৃত উচ্চসীমা আৰু প্ৰকৃত নিম্নসীমা দুটা উলিয়াই প্ৰসাৰ উলিয়াও, তেতিয়া এই প্ৰসাৰক অন্তৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ বোলে।

$$\text{অৰ্থাৎ অন্তৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ} = \text{সর্ববৃহৎ মানৰ উচ্চসীমা} - \text{সৰ্বনিম্ন মানৰ প্ৰকৃত নিম্নসীমা}$$

ওপৰৰ প্ৰথম উদাহৰণত সর্ববৃহৎ মান 12ৰ প্ৰকৃত উচ্চসীমা 12.5 আৰু সৰ্বনিম্ন মান 2ৰ প্ৰকৃত নিম্নসীমা 1.5। গতিকে এই বিভাজনৰ অন্তৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ = 12.5 - 1.5 = 11

$$\text{কিন্তু এই বিভাজনৰ বহিৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ} = 12 - 2 = 10$$

তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ উত্তৰ দিয়া :

E8. -1, 2, 5, -5, 4, 6 আৰু 7ৰ অন্তৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ নিৰ্ণয় কৰা।

E9. অন্তৰ্ভুক্ত আৰু বহিৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰৰ পাৰ্থক্য কি কি?

অন্তৰ্ভুক্ত বা বহিৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ গণনা কৰিবলৈ সহজ আৰু সহজতম বিচ্যুতিৰ মাপ হ'লেও ই তথ্যৰ মানৰ বিচ্ছৰণ প্ৰতিফলিত নকৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, যদি 1 আৰু 10ৰ মাজত 100 টা মান সমভাৱে বিস্তৃত হৈ থাকে, তেন্তে অন্তৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ হ'ব 10। কিন্তু যদি এটা মান 1 হয় আৰু আনটো 10 আৰু 1 আৰু 10ৰ ভিতৰত 5ৰ মানটো 98 বাৰ ওলাই থাকিলে, তেনেহ'লে মুঠ তথ্য-মানৰ সংখ্যা 100 হ'লেও অন্তৰ্ভুক্ত প্ৰসাৰ 10 য়েই হ'ব। ইয়াৰ পৰা বুজিব পাৰি যে বিচ্যুতিৰ মাপৰ ক্ষীপ্ৰতম পদ্ধতি হ'লেও প্ৰসাৰ বিচ্যুতিৰ মাপৰ শুদ্ধ জোখ নহয়।

অৰ্দ্ধচতুৰ্থক বিচ্যুতি : বিভাজনৰ বিচ্যুতিৰ আন এক দূৰত্বৰ জোখ হৈছে অৰ্দ্ধ চতুৰ্থক বিচ্যুতি। আগত আমি কৈছিলো যে মধ্যমাই বিভাজন এটাক সমানে দুটা ভাগত ভাগ কৰে। এইদৰেই চতুৰ্থকৰ সহায়ত বিভাজন এটাক সমানে চাৰি ভাগত ভাগাব পাৰি। সংজ্ঞামতে প্ৰথম চতুৰ্থক (Q.1) হৈছে এনে এটা মান যি বিভাজনৰ কমৰ ফালে 25% নিৰ্দেশ কৰে। দ্বিতীয় চতুৰ্থকে (Q.2) বিভাজন এটাক দুটা সমান ভাগত ভাগ কৰে আৰু কমৰ ফালে 50% নিৰ্দেশ কৰে। মন কৰা যে দ্বিতীয় চতুৰ্থকেই হৈছে মধ্যমা। তৃতীয় চতুৰ্থকে (Q.3) বিভাজনটোৰ কমৰ ফালে তিনি চতুৰ্থাংশ নিৰ্দেশ কৰা মানটো বুজায়। তৃতীয় চতুৰ্থকৰ ওপৰত বিভাজনটোৰ বেছিৰ ফালে 25% মান বেলেগ কৰি দেখুৱায়।

চতুৰ্থক বিচ্যুতিৰ সংজ্ঞা হৈছে প্ৰথম আৰু তৃতীয় চতুৰ্থকৰ মাজৰ অন্তৰাল।

$$\therefore \text{চতুৰ্থক বিচ্যুতি} = Q.3 - Q.1$$

আৰু অৰ্দ্ধ চতুৰ্থক বিচ্যুতি

উদাহৰণ 20 : তলৰ তথ্যৰ অৰ্দ্ধ-চতুৰ্থক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

3, 4, 6, 9, 11, 12, 14, 15

সমাধান : ইয়াত তথ্যমানৰ মুঠ সংখ্যা 8। ইয়াৰ 25% হৈছে 2 আৰু 75% হৈছে 6। অৰ্থাৎ Q.1 হৈছে এনে এক মান যাৰ তলত প্ৰথম দুটা মান 3 আৰু 4 আছে। এনে এটা স্থান হ'ব 4 আৰু 6ৰ মধ্যবিন্দু অৰ্থাৎ 5। $\therefore Q1 = 5$ । সেইদৰে Q3ৰ তলত প্ৰথম 6 টা মান থাকিব। গতিকে Q3 হ'ব 12 আৰু 14ৰ মধ্যবিন্দু অৰ্থাৎ Q3 = 13।

$$\therefore \text{অৰ্দ্ধ চতুৰ্থক বিচ্যুতি} = \frac{Q3 - Q1}{2} = \frac{13 - 5}{2} = 4$$

অৰ্দ্ধ চতুৰ্থক বিচ্যুতিয়ে যিহেতু মাজৰ 50% মান নিৰ্দেশ কৰে, গতিকে চৰম মানৰ দ্বাৰা ই প্ৰভাৱিত হোৱাৰ আশা অতি ক্ষীণ। কিন্তু ই যিহেতু স্বতন্ত্ৰ মানৰ মাজৰ দূৰত্ব বিবেচনা নকৰে, গতিকে

তথ্যৰ মান সমূহ কিদৰে সিঁচৰিত হৈ বা গোটে খাই আছে তাৰ সম্পূৰ্ণ চিত্ৰ প্ৰদৰ্শন নকৰে। সেয়েহে প্ৰসাৰৰ দৰেই অৰ্দ্ধ-চতুৰ্থক বিচ্যুতিকো কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপৰ এক অপৰিপক্ক পদ্ধতি বুলি গণ্য কৰা হয়।

গড় বিচ্যুতিৰ মাপ : এটা তথ্য-মানৰ বিচ্যুতি হৈছে বিভাজনটোৰ গড়ৰ পৰা ইয়াৰ দূৰত্ব। এনেদৰে প্ৰতিটো তথ্যমানৰ বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। এনে কৰিলে বিচ্যুতিৰ মাপ বেছি শুদ্ধ আৰু বিশ্বাসযোগ্য হৈ পৰে। এই প্ৰক্ৰিয়াৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি পোৱা আমি দুবিধ গড় বিচ্যুতিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম যিকোনো হৈছে গড় বিচ্যুতি আৰু প্ৰামাণিক বিচ্যুতি।

বিভাজন এটা খূপ খোৱা হ'লে (অৰ্থাৎ মানবোৰ গড়ৰ নিকটৱৰ্তী হ'লে) গড় বিচ্যুতিৰ মাপ সৰু হ'ব আৰু অন্যথাই ই ডাঙৰ হ'ব। ই আমাক বিভাজনটোৰ প্ৰকৃতি জনাত সহায় কৰে।

$$\begin{aligned} \text{গড় বিচ্যুতি (AD) : এটা তথ্যমান } X \text{ৰ বিচ্যুতি} &= \text{তথ্যমান} - \text{গড়} \\ &= X - \bar{X} \end{aligned}$$

এই বিচ্যুতি (অৰ্থাৎ) ঋণাত্মক বা ধনাত্মক হ'ব পাৰে। ঋণাত্মক হ'লে তথ্যমানটো গড়তকৈ সৰু আৰু ধনাত্মক হ'লে গড়তকৈ ডাঙৰ বুজায়।

এটা বিভাজনৰ গড় 50 হ'লে, 55 তথ্যমানটোৰ বিচ্যুতি হ'ব $55 - 50 = 5$ আৰু তথ্যমানটো 45 হ'লে ইয়াৰ বিচ্যুতি হ'ব $45 - 50 = -5$ ।

[মন কৰা যে 55 মানটো গড় 50তকৈ ডাঙৰ আৰু 45 মানটো গড় 50তকৈ সৰু।]

গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰোতে (+, -) চিন বিবেচনা কৰা নহয়। অৰ্থাৎ বিচ্যুতি (যিটো পৰম মান) বুলি লোৱা হয়।

5, 8, 11, 12, 14 মানকেইটাৰ গড় বিচ্যুতি উলিওৱা যাওক। মানকেইটাৰ গড় 10। এই তথ্য অবগীকৃত। তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হওক।

তালিকা 8.12

অবগীকৃত তথ্যৰ গড় বিচ্যুতি

তথ্যমান (X)	বিচ্যুতি ($X - \bar{X}$)	$ X - \bar{X} $
5	$5 - 10 = -5$	5
8	$8 - 10 = -2$	2
11	$11 - 10 = 1$	1
12	$12 - 10 = 2$	2
14	$14 - 10 = 4$	4

$$\sum |X - \bar{X}| = 14$$

$$\therefore \text{গড় বিচ্যুতি (A.D)} = \frac{\sum |X - \bar{X}|}{N} = \frac{14}{5} = 2.8$$

মন কৰা যে মানসমূহৰ প্ৰকৃত বিচ্যুতিৰ সমষ্টি 0। এইটো কিয় হৈছে?

$$[\text{অৰ্থাৎ } -5 -2 + 1 + 2 + 4 = -7 + 7 = 0]$$

বৰ্গীকৃত তথ্যৰ গড় বিচ্যুতি :

তলৰ প্ৰক্ৰিয়াটো লক্ষ্য কৰা।

তালিকা 8.13

বৰ্গীকৃত তথ্যৰ গড় বিচ্যুতি

শ্ৰেণী অন্তৰাল (CI)	(f)	শ্ৰেণী অন্তৰালৰ মধ্যমান (X)		$f X - \bar{X} $
30-34	3	32	10.38	31.14
35-39	9	37	5.38	48.42
40-44	15	42	0.38	5.70
45-49	8	47	4.62	36.96
50-54	5	52	9.62	48.10

$$N = 40$$

$$\sum f|X - \bar{X}| = 170.32$$

পূৰ্বতে উল্লেখ কৰা বৰ্গীকৃত তথ্যৰ গড় নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি ইয়াত গড় $(\bar{X}) = 42.38$ পোৱা গ'ল। [নিজে কৰি চাবা]

$$\text{ইয়াৰ } N = 40 \text{ আৰু } \sum f|X - \bar{X}| = 170.32$$

বৰ্গীকৃত তথ্যৰ গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয়ৰ সূত্ৰটো হ'ল :

$$AD = \frac{\sum f|X - \bar{X}|}{N}$$

$$\therefore \text{ওপৰৰ তালিকাৰ তথ্যৰ গড় বিচ্যুতি} = \frac{170.32}{40} = 4.26$$

প্ৰামাণিক বিচ্যুতি : বিচ্যুতিৰ মাপৰ ক্ষেত্ৰত বহুলভাৱে ব্যৱহৃত মাপটো হ'ল প্ৰামাণিক বিচ্যুতি। গণনাৰ সুবিধাৰ বাবে প্ৰামাণিক বিচ্যুতিৰ ক্ষেত্ৰত পদ্ধতিটোৰ সংক্ষেপ ৰূপ হৈছে "Root-mean-squared-deviation"। ইয়াৰ পৰা প্ৰামাণিক বিচ্যুতি গণনাৰ চাপকেইটা এনেদৰে পাওঁ :

1. প্রদত্ত বিভাজনৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।
 2. তথ্যমানবিলাকৰ গড়ৰ পৰা বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা।
 3. প্ৰতিটো বিচ্যুতিক বৰ্গ কৰা। এনে কৰিলে বিচ্যুতিৰ ঋণ-চিহ্ন নাথাকে।
 4. বৰ্গ কৰা বিচ্যুতিবিলাকৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা। এই গড়ক বিচ্ছৰণ বোলা হয় যিটোৰ পৰিসংখ্যাবিজ্ঞানত বহুল প্ৰয়োগ আছে।
 5. বিচ্ছৰণটোৰ ধনাত্মক বৰ্গমূলটো লোৱা। আৰু ইয়েই হ'ব বিভাজনটোৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি (SD)।
- 5, 6, 8, 10, 11, 14 তথ্যৰাজিৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা যাওক। মানসমূহৰ গড় = 9 [অৰ্থাৎ $\bar{X} = 9$]। এই তথ্য অবৰ্গীকৃত। তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল।

তালিকা 8.14

অবৰ্গীকৃত তথ্যৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি

তথ্যমান (X)	বিচ্যুতি	বিচ্যুতিৰ বৰ্গ (x^2)
5	-4	16
6	-3	9
8	-1	1
10	1	1
11	2	4
14	5	25

$$\sum x^2 = 56$$

$$\sqrt{\frac{\sum (x - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{9.33} = 3.05$$

$$\text{বিচ্ছৰণ} = \frac{\sum x^2}{N} = \frac{56}{6} = 9.33$$

∴ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি SD =

বৰ্গীকৃত তথ্যৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি :

তালিকা 8.15 অত দিয়া বৰ্গীকৃত তথ্যৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি উলিওৱা যাওক।

তালিকা 8.15

বর্গীকৃত তথ্যৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি

শ্ৰেণী অন্তৰাল (CI)	f	শ্ৰেণীৰ মধ্যমান (X)	বিচ্যুতি $x = X - \bar{X}$	fx	fx ²
30-34	3	32	-10.38	-31.14	323.2332
35-39	9	37	-5.38	-48.42	260.4996
40-44	15	42	-0.38	-5.70	2.166
45-49	8	47	4.62	36.96	170.7552
50-54	5	52	9.62	48.10	462.722

$$\sum fx^2 = 1219.3760$$

বর্গীকৃত তথ্যৰ গড় নিৰ্ণয়ৰ পদ্ধতি প্ৰয়োগ কৰি গড় = 42.38 পোৱা গ'ল।

বর্গীকৃত তথ্যৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতিৰ সূত্ৰ : $SD =$ য'ত x হ'ল শ্ৰেণীৰ মধ্যমানৰ গড়ৰ
পৰা দূৰত্ব, f হ'ল প্ৰতিশ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা আৰু N হ'ল মুঠ তথ্য-মানৰ সংখ্যা।

সূত্ৰমতে,

$$\begin{aligned} \text{নিৰ্ণেয় প্ৰামাণিক গড় (SD)} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N}} = \sqrt{\frac{1219.3760}{40}} \\ &= \sqrt{30.4844} \\ &= 5.52 \end{aligned}$$

বিচ্যুতিৰ মাপৰ ব্যৱহাৰ :

— তথ্যৰ মান অতি কম হ'লে আৰু চৰম মান নাথাকিলে এনে তথ্যমানৰ সিঁচৰিত হৈ থকা
অৱস্থাত ক্ষীপ্ৰ গণনাৰ বাবে প্ৰসাৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

— তথ্যত চৰম মান থাকিলে আৰু কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিটো মধ্যমা হ'লে অৰ্ধ-চতুৰ্থক প্ৰসাৰ ব্যৱহাৰ
কৰা হয়।

— তথ্যৰ মানসমূহ অধিক সিঁচৰিত হৈ থাকি প্ৰামাণিক বিচ্যুতিক বিনাহকত প্ৰভাৱিত কৰিলে,
এনে ক্ষেত্ৰত গড় বিচ্যুতিৰ ব্যৱহাৰে তথ্যৰ মানসমূহ কিদৰে সিঁচৰিত হৈ আছে তাক যুক্তিৰে চাব পাৰি।

— আটাইবিলাক বিচ্যুতিৰ মাপৰ ভিতৰত প্ৰামাণিক বিচ্যুতিয়েই আটাইতকৈ সুস্থিৰ আৰু নিৰ্ভুল।

তলৰ প্ৰশ্নটো সমাধান কৰি চোৱা :

E10. তলৰ তথ্য-মানৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

11, 13, 15, 17, 19, 21,23।

8.5 সামৰণি মাৰোঁ আহাঁ :

— কিছুমান তথ্য মুখ্য উৎসৰ পৰা প্ৰত্যক্ষভাৱে সংগ্ৰহ কৰিব পাৰি, কিন্তু আন কিছুমান তথ্য-পাতি আলোচনী, লোকপিয়লৰ প্ৰতিবেদন আদি গৌণ উৎসৰ পৰা সংগ্ৰহ কৰা হয়।

— তথ্যৰ মানবোৰক অবৰ্গীকৃত আৰু বৰ্গীকৃত বাৰংবাৰতা বিভাজনত সজাব পাৰি।

— সহজে বোধগম্য হোৱা আৰু বিশ্লেষণ কৰিব পৰাকৈ তথ্যক চিত্ৰ আৰু লেখৰ সহায়ত উপস্থাপন কৰা হয়। চিত্ৰলেখ, দণ্ডলেখ, স্তম্ভলেখ, আৰু পাই-চিত্ৰ হ'ল সহজ লৈখিক প্ৰকাশ।

— গাণিতিক গড়, মধ্যমা আৰু বহুলক এই তিনিটা কেন্দ্ৰীয় প্ৰবৃত্তিৰ মাপক তথ্যৰ পাৰিসাংখ্যিক ব্যৱহাৰত প্ৰয়োগ কৰা হয়।

— বিচ্যুতিৰ মাপ হিচাপে প্ৰসাৰ আৰু অৰ্দ্ধ-চতুৰ্থক প্ৰসাৰ হ'ল দূৰত্ববিষয়ক জোখ আৰু গড়বিচ্যুতি আৰু প্ৰামাণিক বিচ্যুতি হ'ল গড় হিচাপত বিচ্যুতিৰ মাপ।

8.6 অগ্ৰগতিৰ খতিয়ানৰ প্ৰশ্নোত্তৰ :

E1. y -অক্ষত গাঁৱৰ নাম আৰু x -অক্ষত জন্তুৰ সংখ্যা লৈ চিত্ৰলেখ অংকন কৰা।

E2. 1 ছেঃমি = 10 একক ধৰি এটা অনুভূমিক বা উলম্ব দণ্ডলেখ আঁকা।

E3. বয়সৰ শ্ৰেণীক x -অক্ষত আৰু মানুহৰ সংখ্যাক y -অক্ষত লৈ স্তম্ভলেখ অংকন কৰা।

E4. 3 বা 4 ছেঃমি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত এটা আঁকি এটা পাই-চিত্ৰ অংকন কৰা। ইয়াত কেন্দ্ৰস্থকোণ,

$$\theta = \frac{360^\circ}{360} \times \text{ছাত্ৰৰ সংখ্যা।}$$

E5. গড় = 5.5

E6. মধ্যমা = 8

E7. ওজনৰ মধ্যমা = 45 কিঃগ্ৰাঃ

E8. 13

E9. 1

E10. 4

8.7 পৰিপূৰক অধ্যয়নৰ পৰামৰ্শ আৰু প্ৰসংগ গ্ৰন্থ :

–VI, VII আৰু VIII শ্ৰেণীকেইটাৰ বাবে NCERTৰ পাঠ্যপুথি।

– Teaching of Maths of Upper Primary Level-Vol.– I, An IGNOU Publication.

8.8 পাঠ সামৰণিৰ অনুশীলনী :

1. লিলিয়ে পোৱা নম্বৰৰ তথ্য তলত দিয়া হ'ল। এই তথ্যৰ পৰা

(i) চিত্ৰলেখ আৰু (ii) স্তম্ভলেখ নিৰ্ণয় কৰা।

বিষয়	MIL	ইংৰাজী	গণিত	বিজ্ঞান	সমাজবিজ্ঞান
প্ৰাপ্ত নম্বৰ	60	55	80	55	50

2. তলৰ তথ্যৰ (i) গড়, (ii) মধ্যমা আৰু (iii) বহুলক নিৰ্ণয় কৰা :

16, 24, 14, 10, 20, 14, 15, 21, 15, 12, 13, 15, 16, 19, 17।

3. তলৰ বিভাজনৰ গড়, মধ্যমা আৰু বহুলক নিৰ্ণয় কৰা :

তথ্যমান	5	6	7	8	9	10	11	12
বাৰংবাৰতা	8	10	15	20	16	12	9	10

4. তলৰ বৰ্গীকৃত তথ্যৰ প্ৰামাণিক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

শ্ৰেণী অন্তৰাল	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79	80-89	90-99
তথ্যমান	6	9	15	25	13	7	5